ELEMENTI
DI
MATEMATICA.

ELEMENTI
DI
MATEMATICA

Composti per uso della

REALE ACCADEMIA MILITARE

DAL PROFESSORE DI FISICA SPERIMENTALE, E CHIMICA, E DIRETTORE DELLE SCIENZE DELLA MEDESIMA

VITO CARAVELLI.

TOMO IX.

IN NAPOLI MDCCLXXII.
PER GLI RAIMONDI
CON LICENZA DE' SUPERIORI.

ELEMENTI

DI

MECCANICA.

INDICE

De' Capi contenuti in questo Tomo.

LIBRO III.

Dell' Idrostatica.

CAP.

LI-

LIBRO IV.

Dell' Idraulica.

CAP.

LIBRO III

Dell' Idroſtatica.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

1. SI chiama *Fluido* un ammaſſo di parti slegate tra loro, e indiſtinguibili le une dalle altre col tatto, e colla viſta, che cedono a ogni minima forza, che viene loro impreſſa, e che, cedendo, facilmente ſi ſeparano le une dalle altre, e facilmente tra loro ſi muovono.

Così fluidi sono l'acqua, il vino, l'olio, il latte, il sangue, il mercurio, l'aria, ec.

AVVERTIMENTO.

2. Ancorchè le parti de' fluidi sieno slegate tra loro: nondimeno qualche forza di coerenza vi s' osserva sempre in esse. Le gocce di acqua sulle foglie delle piante, e sulle superficie liscie de' legni, massimamente se sono inoliate, o impolverate, si veggono rotonde. Similmente si veggono le gocce di mercurio sulla carta. Si veggono anche le gocce pendenti dagli estremi delle superficie, per le quali s' è fatta scorrere dell' acqua. Si veggono pure le superficie delle acque ne' vasi perfettamente pieni alquanto convesse. Tutti questi, e altri simili effetti dimostrano chiaramente che le parti dell'acqua, del mercurio, ec. hanno qualche tenue forza di coerenza insieme. E siccome dal diverso grado di picciolezza delle parti componenti deriva il diverso grado di delicatezza ne' fluidi di spezie diverse; così dal diverso grado di coerenza deriva che altri fluidi sono di maggiore, e altri di minore fluidità.

DEFINIZIONE II.

3. Un fluido si dice *compressibile*, se, premuto, si stigne egli in minor volume; si di-

si dice poi *incompressibile*, se, premuto con qualunque forza; non si strigne in volume minore.

AVVERTIMENTO.

4. Appresso si vedrà che de' fluidi, che conosciamo, e trattiamo, l'aria è compressibile, e tutti gli altri sono incompressibili.

DEFINIZIONE III.

5. Dirremo appresso le gravità, che hanno i corpi sotto a volumi qualunque, *Gravità assolute*, e quelle, che hanno sotto a volumi uguali, *Gravità specifiche*.

COROLLARIO I.

6. Dunque le gravità specifiche de' corpi sono come le masse, che hanno sotto a volumi uguali, e conseguentemente sono proporzionali alle loro densità (§ 8 *del tom.* 8).

COROLLARIO II.

7. Essendo le gravità assolute di due corpi proporzionali alle loro masse (§ 122 *del tom.* 8), saranno tra loro in ragione composta dalla ragione de' volumi, e da quella delle densità (§ *9 del tom.* 8), e

 per-

perciò in ragione composta dalla ragione de' volumi, e dalla ragione delle gravità specifiche de' medesimi corpi. Onde le gravità specifiche di due corpi sono in ragione composta dalla diretta della gravità assolute, e dalla reciproca de' volumi; e i volumi sono in ragione composta dalla diretta delle gravità assolute, e dalla reciproca delle gravità specifiche: e di più, se le gravità assolute sono uguali, le gravità specifiche sono in ragione reciproca de' volumi; e, se le gravità specifiche sono in ragione reciproca de' volumi, le gravità assolute sono uguali (§ 139 *del tom.* 4).

CAP.

CAP. I.

Della pressione de' fluidi, del modo di calcolarla relativamente a qualunque superficie, qualora il fluido è dell' istessa densità da per tutto, e delle ragioni, secondo le quali sono le diverse superficie premute e dall' istesso fluido, e da fluidi di diverse gravità specifiche.

OSSERVAZIONE.

8. Ogni fluido, versato in qualunque vaso, quando resta quieto, ha la sua superficie parallela sempre a quella, che ha l' acqua nel mare tranquillo, e ne' stagni, e conseguentemente orizzontale; e se un fluido quieto s' agita, cessata l' azione della forza, che l' agita, da se a poco a poco va riducendosi di nuovo alla quiete, e nello stato di quiete ritorna di nuovo colla superficie al sito orizzontale di prima.

COROLLARIO I.

9. Dunque tra le parti di qualunque fluido, contenuto in qualsisia vaso, vi sono delle azioni reciproche, che divengono uguali nello stato di quiete, e quando la superficie superiore si fa orizzontale.

COROLLARIO II.

10. Essendo la superficie superiore d' un fluido quieto sempre orizzontale; si può ogni fluido quieto considerare composto non solamente da serie verticali di parti, ma anche da strati orizzontali, formati dalle medesime parti.

COROLLARIO III.

11. Appoggiando in oltre le parti d' un fluido quieto in ognuna delle sue serie verticali l' una sull' altra, premerà ogni parte di fluido quieto, esistente in qualunque strato, la sottoposta a lei e collo sforzo della sua gravità, e collo sforzo della gravità di tutte quelle, che appoggiano su di lei. Dunque, supposto il fluido omogeneo, le parti del primo strato premono quelle dello strato secondo collo sforzo della semplice loro gravità, quelle dello strato secondo premono le altre dello strato terzo col doppio dello sfor-

sforzo della loro gravità, quelle del terzo ftrato premono le altre dello ftrato quarto col triplo del detto sforzo; e così procedendo innanzi.

COROLLARIO IV.

12. Quindi in un fluido quieto, e dell'isteffa denfità da per tutto la preffione verticale da su in giu ne' diverfi ftrati orizzontali va crefcendo a proporzione, che crefcono le loro diftanze dalla fua fuperficie; e nell'isteffa ragione va anche crefcendo la forza, con cui le parti componenti i medefimi ftrati ripremono da giu in fu, effendo fempre alle azioni uguali, e contrarie le reazioni (§ 27 *del tom.* 8).

ESPERIENZA.

13. Se s'immerge un cannello in qualunque fluido contenuto in qualfifia vafo o verticalmente, o obbliquamente, e fia egli aperto dalla parte fuperiore, e con un foro nella parte inferiore, il quale foro fia o nel fondo del cannello, o in uno de' fuoi lati, e s'immerge col detto foro chiufo fino a qualfivoglia profondità: aperto tale foro, s'offerva immantenente entrare il fluido nel cannello, e giugnere fempre in effo fino all'altezza, che ha nel vafo, qualunque fia la figura del vafo, e in qualunque parte del

vaſo ſia aperto il detto foro.

COROLLARIO I.

14. Dunque la preſſione ne' fluidi non ſolamente ſi fa verticalmente per l' azione della gravità delle loro parti da ſu in giu, e per la reazione da giu in ſu, ma anche per qualunque altra direzione laterale; e le preſſioni laterali uguagliano da per tutto le verticali. Perchè a quanta altezza nel cannello viene ſoſtenuto il fluido dalla preſſione verticale, a tanta viene ſoſtenuto ancora dalla laterale.

COROLLARIO II.

15. Sollevandoſi il fluido nel cannello ſempre all'altezza, che ha nel vaſo, qualunque ſia la figura del vaſo, e in qualunque luogo del vaſo ſia poſto col ſuo foro il cannello: e facile ad intendere che tutte le parti componenti un iſteſſo ſtrato orizzontale premono per ogni direzione con ugual forza.

COROLLARIO III.

16. E perciò in ogni fluido dell' iſteſſa denſità da per tutto non ſolamente la preſſione verticale ne' diverſi ſtrati orizzontali, uguali, o diſuguali che ſieno di grandezza, ſi va

si va accrescendo a proporzione della distanza dalla superficie, ma anche la laterale va nella medesima ragione crescendo.

COROLLARIO IV.

17. Onde, se un corpo solido s' immerge in un fluido dell' istessa densità da per tutto, in ogni elemento della sua superficie è premuto dalle parti del fluido, che il toccano nel medesimo elemento, con tanta forza, con quanta le medesime parti premono da su in giu, e conseguentemente con forza, che uguaglia il peso d' una colonnetta dell' istesso fluido, che ha la base uguale al detto elemento, e l' altezza uguale alla distanza del medesimo elemento dalla superficie del fluido.

AVVERTIMENTO I.

18. L' isperienza è l' unica via, per cui si conosce la pressione laterale de' fluidi, e la sua quantità. Forse deriva tale pressione dalla qualità, che hanno i fluidi di cedere a ogni minima forza. Però, se è così, è necessario che le parti componenti i fluidi non sieno semplici, ma minutissime gocce, composta ognuna da una moltitudine di parti semplici, acciò ognuna, stretta dall'azione delle superiori, e dalla reazione delle inferiori, possa coll' istessa forza, con cui è pre-

premuta verticalmente, per cedere all'istessa forza premente, sforzare colle sue parti intorno intorno lateralmente le gocce contigue, e premerle, e da esse essere per l'istessa cagione ripremuta.

AVVERTIMENTO II.

19. Si noti di più che l'acqua, il vino, l'olio, il mercurio, e altri fluidi, che trattiamo, sono da per tutto dell'istessa densità, e conseguentemente incompressibili dal proprio peso, come attestano le isperienze, che appresso accenneremo. E finalmente si noti che, avendomi presa la pena di determinare colla massima esattezza, che m'è riuscita possibile, i pesi di più sorte d'acqua del volume d'un palmo cubico, ho trovato pesare un palmo cubico d'acqua

	rot.	onc.	trap.	aci.
piovana - - - -	20	13	16	8
di fontana - - -	20	17	24	8
del Sebeto - - -	20	22	2	8
di mare - - - -	20	28	14	8.

E' da sapere intanto che costano il nostro rotolo di once $33\frac{1}{3}$, ongni oncia di 30 trappesi, e ogni trappeso di acini, o grani 20. Onde costano il rotolo di acini 20000, e l'oncia di acini 600.

TEO-

TEOR. I.

20. *Se qualunque superficie, in qualunque situazione ella sia, viene premuta da un fluido dell'istessa densità da per tutto, la pressione è uguale al peso d'una quantità dell'istesso fluido, il cui volume si ha moltiplicando la grandezza dell'istessa superficie premuta per la distanza del suo centro di gravità dalla superficie del fluido.*

DIMOSTRAZIONE.

Essendo la pressione in ogni elemento della superficie premuta uguale alla pressione, che fanno verticalmente le parti del fluido, che toccano l'elemento, e conseguentemente uguale al peso d'una colonnetta dell'istesso fluido, il cui volume si ha moltiplicando l'elemento premuto per la sua distanza dalla superficie del fluido; sarà l'intera pressione, che soffre tutta la superficie premuta, uguale alla somma de' pesi di tutte le infinite colonnette del medesimo fluido, i volumi delle quali si hanno con moltiplicare gl' infiniti elementi della superficie premuta per le rispettive distanze, che hanno dalla superficie del fluido. Ma la somma de' prodotti, che si hanno con moltiplicare gl' infiniti diversi elementi d' una superficie per le rispettive distanze da un piano, è ugua-

è uguale al prodotto, che nasce moltiplicando l'intera superficie per la distanza del suo centro di gravità dall'istesso piano (§ 310 *del tom.* 8). Dunque la pressione, che soffre l'intera superficie premuta, è uguale al peso d'una quantità del fluido premente, il cui volume si ha moltiplicando la superficie premuta per la distanza del suo centro di gravità dalla superficie del fluido. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

21. Se in una peschiera parallelepipeda, che ha il fondo orizzontale, la lunghezza del fondo è di pal. 100, la larghezza è di pal. 60, e l'acqua è alta pal. 20; la pressione, che soffre il fondo è uguale al peso di tanti palmi cubici d'acqua, quanti ne disegna il prodotto $100 \times 60 \times 20$, o sia 120000, e conseguentemente, presa l'acqua alla ragione di rotola 20 $\frac{1}{2}$ a palmo cubico, uguale al peso di cantaja 24600; la pressione, che soffre una delle superficie laterali, disposte secondo la lunghezza della peschiera, è uguale al peso di tanti palmi cubi d'acqua, quanti ne disegna il prodotto $100 \times 20 \times 10$, o sia 20000, e conseguentemente uguale al peso di cantaja 4100; e finalmente la pressione, che soffre una delle superficie laterali, disposte secondo la larghezza della peschiera, è uguale al peso di tanti pal-

palmi cubici d'acqua, quanti ne dinota il prodotto $60 \times 20 \times 10$, o sia 12000, e conseguentemente uguale al peso di cantaja 2460.

COROLLARIO II.

22. Se un vaso, che contiene fluido dell' istessa densità da per tutto, ha il fondo orizzontale; o che i lati sieno perpendicolari al fondo, o inclinati, o che sia vaso prismatico, o cilindrico, o vaso divergente, o convergente, sempre la pressione, che soffre il fondo, uguaglia il peso d'una quantità di tale fluido, il cui volume si ha moltiplicando la grandezza del fondo per l'altezza, che ha su di esso il fluido; perchè sì fatta altezza è uguale alla distanza del centro di gravità del fondo dalla superficie del fluido. E perciò, se i quattro vasi A, B, C, D di fondi uguali si riempiono d'acqua, o d'altro fluido dell' istessa densità da per tutto, e si riempiono in modo, che le altezze del fluido su i fondi sieno in tutti uguali, i fondi sono tutti ugualmente premuti, ancorchè le quantità di fluido, contenute in tali vasi sieno disugualissime, e ancorchè in uno il fluido appoggi sul fondo obbliquamente, e negli altri perpendicolarmente. Il che viene dalle isperienze confirmato. Fig.1.

CO-

COROLLARIO III.

23. Quindi le pressioni, che soffrono i fondi orizzontali de' vasi, che contengono l'istessa spezie di fluido, e di fluido dell' istessa densità da per tutto, sono tra loro in ragione composta dalla ragione delle grandezze de' fondi, e dalla ragione delle altezze del fluido su gli medesimi fondi.

COROLLARIO IV.

Fig. 2. 24. Se nel vaso ABC a due braccia, e a braccia disugualissime si versa dell' acqua, o altro fluido dell' istessa densità da per tutto; quando resta quieto tale fluido, ha le sue superficie DE, FG nelle due braccia nell' istesso piano orizzontale. Imperciocchè nello stato di quiete qualunque strato orizzontale LM di tale fluido deve coll' istessa forza essere premuto dal fluido DLME, che dal fluido GLMF. Ma tali pressioni, essendo l' istessa la superficie premuta LM, sono nella ragione delle distanze del piano LM dagli piani, ne' quali si trovano le superficie DE, FG. Dunque, essendo uguali le pressioni, uguali sono anche le dette distanze. E perciò le superficie orizzontali DE, FG, avendo uguali distanze dal piano orizzontale LM, sono in un istesso piano orizzontale.

CO-

COROLLARIO V.

25. Quindi comunicando più acque quiete, esistenti in siti diversi, per canali, le superficie di tali acque debbono essere in un istesso piano orizzontale, ancorchè l' acqua d' un sito sia immensamente maggiore di quelle, che sono negli altri siti.

COROLLARIO VI.

26. In oltre, se un vaso prismatico, o cilindrico con fondo orizzontale è pieno di fluido dell' istessa densità da per tutto; la pressione, che soffre la superficie laterale, è uguale al peso d' una quantità dell' istesso fluido, il cui volume si ha moltiplicando l' istessa superficie per la distanza del suo centro di gravità dalla superficie del fluido, o sia per la metà dell'altezza, che ha il fluido sul fondo. E perciò la pressione, che soffre la superficie laterale, è a quella, che soffre il fondo, come la metà della superficie laterale alla grandezza del fondo.

COROLLARIO VII.

27. Quindi, se il vaso è di figura cubica, la pressione, che soffre la superficie laterale, è il doppio di quella, che soffre il fondo, o sia il doppio del fluido contenuto nel

nel vaso. Onde la pressione, che fa il fluido in tutte le cinque superficie, che preme, è in tale caso il triplo del suo peso.

COROLLARIO VIII.

28. Se il vaso è un cilindro retto, la pressione, che soffre la superficie laterale, è a quella, che soffre il fondo, come il lato del cilindro al raggio della base; e conseguentemente è il doppio del peso del fluido contenuto nel vaso, se il lato del cilindro uguaglia il diametro della base. Sicchè anche nel cilindro retto, quando il lato è uguale al diametro della base, la pressione, che fa il fluido in tutte le superficie, che preme, è il triplo del suo peso.

COROLLARIO IX.

29. Di più se una sfera cava è piena interamente d'un fluido dell'istessa densità da per tutto. Perchè il centro di gravità della superficie della sfera è l'istesso centro della sfera (§ 341 *del tom.* 8), e la distanza del centro della sfera dalla superficie ultima del fluido, in qualunque situazione sia la sfera, è sempre il raggio dell'istessa sfera. Perciò la pressione, che soffre la superficie della sfera in tale caso è uguale al peso d'una quantità dell'istesso fluido, il cui volume si ha moltiplicando la superficie della sfe-

sfera pel raggio della medesima, e conseguentemente è uguale al triplo del peso del fluido, che riempie l'istessa sfera.

COROLLARIO X.

30. Di vantaggio se due superficie qualunque, e in qualunque modo situate vengono premute da due fluidi di diverse gravità specifiche, però dell' istessa densità da per tutto, sono tali pressioni uguali alli pesi delle quantità de' medesimi fluidi, che hanno i volumi uguali agli prodotti delle superficie premute, moltiplicate per le rispettive distanze de' loro centri di gravità dalle superficie de' medesimi fluidi; e perciò sono tra loro in ragione composta dalle ragioni delle gravità specifiche de' fluidi prementi, delle superficie premute, e delle distanze de' centri di gravità delle medesime superficie premute dalle superficie de' fluidi.

COROLLARIO XI.

31. Quindi, se saranno uguali e le pressioni, e le grandezze delle superficie premute, saranno le gravità specifiche de' fluidi prementi in ragione reciproca delle distanze de' centri di gravità delle medesime superficie premute dalle superficie de' fluidi prementi.

COROLLARIO XII.

Fig.3. 32. Se il vaso ABC ha due braccia, uguali, o disuguali di larghezze, e vi s'infondono da A successivamente due fluidi di gravità specifiche diverse, però ognuno dell' istessa densità da per tutto. Supposto essere LM il piano orizzontale, che nello stato di quiete separa i due fluidi; giacchè deve essere orizzontale tale piano, altrimenti vi sarebbero strati orizzontali, in cui non tutte le parti premerebbero ugualmente; e supposto uno de' fluidi occupare lo spazio DLME, e l'altro occupare lo spazio MLBGF. Per le pressioni uguali, che debbono fare i due fluidi contro l'istesso piano LM, sarà la gravità specifica del fluido DLME alla gravità specifica del fluido MLBGF, come la distanza del piano FG dal piano LM alla distanza del piano DE dall' istesso piano LM (§*prec.*). Per la qual cosa, se DLME è acqua, e MLBGF è mercurio, misurando le distanze delle superficie DE, FG dal piano LM, la ragione reciproca di tali distanze dà la ragione della gravità specifica dell'acqua a quella del mercurio.

COROLLARIO XIII.

Fig.4. 33. Se finalmente il vaso ABCD è chiuso anche nella parte superiore AD, eccetto nel

nel foro E, a cui è applicato il cannello sottile EF: allora, riempiendo di fluido dell'istessa densità da per tutto il vaso, e 'l cannello ancora fino a qualsivoglia altezza, sarà premuta anche la superficie AD da giù in su; e sarà tale pressione uguale al peso d' una quantità dell' istesso fluido, il cui volume si ha moltiplicando la superficie premuta AD per la distanza del suo centro di gravità dal piano orizzontale, in cui si trova la superficie del fluido nel cannello (§ 20); e conseguentemente sarà uguale al peso della quantità dell' istesso fluido, che potrebbe verticalmente poggiare sulla superficie AD fino all' altezza, che ha nel cannello. Onde, se la parte laterale di tale vaso si fa di cuojo cedente, e si mette sulla superficie AD un peso alquanto minore del peso d' una quantità di acqua, che potrebbe verticalmente poggiare su AD fino all' altezza del cannello EF, avvicinerà tale peso il fondo AD al fondo BC; però, con empiere d' acqua lo spazio, che rimane tra i due fondi, e 'l cannello EF, si vedrà per la detta pressione alquanto sollevato col fondo AD il detto peso; e coll' andare infondendo sempre nuova acqua pel cannello, acciò sia egli sempre pieno fino ad F, si vedrà andarsi continuamente sollevando il detto peso col fondo AD, finchè si vedrà la superficie laterale del vaso interamente distesa. Ecco in che modo una picciolissima

quantità di acqua può sollevare un peso grandissimo.

AVVERTIMENTO I.

34. Si noti che in ogni piano premuto da qualunque fluido v' è un punto, detto *Centro della pressione*, ed è quel punto, in cui, se tutta la pressione fosse raccolta, spignerebbe ella il piano, come viene spinto dalla pressione diffusa in tutta la sua estensione. Se il piano premuto è orizzontale, il suo centro di gravità è allora il centro della pressione. Perchè, essendo gli elementi uguali del piano ugualmente premuti, non può una forza applicata a tale piano premuto mantenerlo in equilibrio, se non lo sostenta pel suo centro di gravità. Dunque l' istessa azione riceve il piano premuto in tale caso dalla pressione diffusa per tutta la sua estensione, che riceverebbe, se fosse raccolta nel centro di gravità dell'istesso piano. E perciò il centro di gravità del piano è il centro della pressione. Se poi il piano premuto è verticale, o comunque inclinato.
Fig. 5. Supposto essere tale piano ABCD, ed essere AB l' orizzontale, alla quale giugne il fluido; e supposto per D e C tirate le rette DE, CF perpendicolari al piano ABCD, e rispettivamente uguali alle altezze del fluido relativamente agli punti D e C, e congiunte le rette AE, BF; dinoterà il solido

AD-

ADEFCB il volume del fluido, che ha il peso uguale alla pressione, che soffre il piano ADCB; e ogni colonnetta dell' istesso fluido, che può contenersi in tale solido, perpendicolare all' istesso piano ABCD, dinoterà col suo peso la pressione, che soffre l' elemento del piano corrispondente. Sicchè se si determina il centro di gravità di tale solido ADEFCB, e da tale centro di gravità si cala sul piano ABCD la perpendicolare, il punto dell' incontro di tale perpendicolare col detto piano ABCD è il centro della pressione. Perchè, se il piano ABCD si suppone orizzontale, e si suppone ADEFCB essere un corpo omogeneo dell' istesso peso del fluido del volume ADEFCB, soffrirà nel sito orizzontale il piano ABCD dal detto corpo l' istessa pressione, che soffre dal fluido nel sito, in cui è supposto. Ma non si può il corpo ADEFCB mantenere in equilibrio col piano ABCD orizzontale da una forza applicata a un punto dell' istesso piano, se tale punto non è nella verticale, e conseguentemente nella perpendicolare al piano ABCD, che passa pel centro di gravità del detto corpo. Dunque una forza, applicata a un punto della superficie ABCD premuta dal fluido, non può sostenere in equilibrio tale pressione, se tale punto non è nella perpendicolare al piano ABCD, che passa pel centro di gravità del fluido contenuto nello spazio ADEFCB, o sia del solido ADEFCB.

E perciò il punto del piano ABCD, determinato del modo già detto, è il centro della pressione del medesimo piano.

COROLLARIO XIV.

35. Quindi se ABCD è un parallelogrammo. Perchè ADEFCB è in tale caso un prisma triangolare; sarà il centro della pressione in tale caso nella retta, che divide in due parti uguali i lati opposti AB, CD del parallelogrammo, e distante da AB per $\frac{2}{3}$ della medesima retta.

AVVERTIMENTO II.

36. Si noti di più che, potendosi considerare la superficie d' ogni cilindro come composta da infiniti parallelogrammetti infinitamente piccioli; se un cilindro sarà pieno d' un fluido della medesima densità da per tutto, il centro della pressione in ognuno de' parallelogrammetti componenti la superficie cilindrica sarà nel lato del cilindro, che dividerà il parallelogrammetto in due parti uguali, e nel punto di tale lato distante dalla superficie del fluido per $\frac{2}{3}$ del medesimo lato. Onde ne' cilindri pieni d' un fluido della medesima densità da per tutto v' è una linea circolare, che si può dire *linea de' centri della pressione*, ch'è perimetro della sezione parallela alla superficie del fluido, e di-

distante dalla medesima superficie per $\frac{2}{3}$ dell' altezza del fluido nel cilindro.

CAP. II.

Dell' immersione de' solidi ne' fluidi.

TEOR. II.

37. *Ogni solido, immerso in un fluido, viene dal fluido spinto da giù in su con forza uguale al peso d' una quantità dell' istesso fluido del volume del medesimo solido.*

DIMOSTRAZIONE.

Ogni solido immerso in un fluido è premuto dal fluido nella superficie inferiore da giù in su, nella superficie superiore da su in giù, e lateralmente nella superficie laterale. Le forze lateralmente prementi negl' infiniti elementi della superficie laterale sono in equilibrio tra loro, e non possono per alcuna direzione muovere il solido; perchè con quanta forza è premuto il solido in uno di tali elementi, con altrettanta è premuto nell' elemento opposto, e u-

e ugualmente distante dalla superficie del fluido. La pressione poi, che riceve il solido da giù in su nella superficie inferiore, è uguale al peso d'una quantità del fluido, il cui volume si ha colla somma de' prodotti, che nascono moltiplicando gli elementi di tale superficie per le rispettive distanze, che hanno dalla superficie del fluido; e quella, che riceve da su in giù nella superficie superiore, è uguale al peso d'una quantità dell' istesso fluido, il cui volume si ha colla somma de' prodotti, che nascono moltiplicando gli elementi di sì fatta superficie per le loro rispettive distanze dall'istessa superficie del fluido (§ 17). Dunque la pressione da giù in su eccede quella da su in giù di tanto, quant' è il peso d' una quantità dell' istesso fluido, il cui volume si ha colla somma de' prodotti, che nascono moltiplicando gli elementi della superficie inferiore per le rispettive distanze, che hanno dagli elementi verticalmente corrispondenti della superficie superiore, o il cui volume uguaglia il volume del solido immerso. E perciò ogni solido, immerso in un fluido, viene dal fluido spinto da giù in su con forza uguale al peso d' una quantità dell' istesso fluido del volume del medesimo solido. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Nel

Nel caso de' solidi dell' istessa gravità specifica de' fluidi.

COROLLARIO I.

38. Sia un solido immerso in un fluido. Sarà il peso del solido, o sia la forza, che lo spigne da su in giù, uguale in tale caso al peso del fluido dell' istesso suo volume, e conseguentemente uguale alla forza, con cui il fluido spigne il solido da giù in su. E perciò 1, posto il solido sulla superficie del fluido, scende egli, finchè sia col suo volume interamente immerso nel fluido, e niente di vantaggio; 2, posto in qualunque sito dentro del fluido, ivi resta immobile; 3, innalzandolo per entro del fluido, s' innalza, come se non avesse peso alcuno. Quindi s' intende perchè una secchia piena d' acqua, intanto che cammina per entro l' acqua, s'innalza, senza sentirne il suo peso; e s' intende altresì d' essersi ingannati coloro, che credevano non aver pesi i fluidi ne' proprj luoghi.

Nel caſo de' ſolidi di maggiori gravità ſpecifiche de' fluidi.

COROLLARIO II.

39. Sia il ſolido immerſo in un fluido. Sarà la forza, che ſpigne il ſolido da ſu in giù tanto maggiore di quella, con cui lo ſpigne il fluido da giù in ſu, quant' è l' eccеſſo della gravità ſpecifica del ſolido ſu quella del fluido. Il ſolido dunque in tale caſo, poſto ſulla ſuperficie del fluido, deve diſcendere pel fluido fino al fondo, e per entro il fluido deve diſcendere con una gravità uguale all' eccеſſo della ſua gravità ſpecifica ſu quella del fluido.

COROLLARIO III.

40. Sicchè in tale caſo ſembra il ſolido aver perduto nel fluido tanto del peſo ſuo, quant' è il peſo d' una quantità del fluido del volume del ſolido. E perciò il ſolido ſi ſoſtiene in equilibrio dentro del fluido, e s' innalza per entro di eſſo, come ſe aveſſe un peſo tanto minore del ſuo, quant' è il peſo d' una quantità del fluido del volume dell' iſteſſo ſolido.

CO-

COROLLARIO IV.

41. Se due fluidi sono di gravità specifiche diverse, e un istesso solido s' immerge successivamente in essi; la ragione de' pesi, che sembra aver perduto il solido in tali fluidi; è uguale alla ragione de' pesi di due quantità degl' istessi fluidi del volume del solido, e conseguentemente è uguale alla ragione delle gravità specifiche de' medesimi fluidi. Onde il solido conserva più del suo peso nel fluido men grave, che nel fluido più grave.

COROLLARIO V.

42. Se due solidi di pesi uguali, ma di gravità specifiche diverse s' immergono nell' istesso fluido; essendo i pesi, che sembrano perdere tali solidi nel fluido, proporzionali agli loro volumi, saranno gl' istessi pesi in ragione reciproca delle gravità specifiche de' medesimi solidi (§ 7).

COROLLARIO VI.

43. Se due solidi di gravità specifiche diverse s' immergeranno successivamente in due fluidi di gravità specifiche anche diverse; saranno i pesi, che sembrerà perdere uno de' solidi ne' due fluidi proporzionali a quelli, che sembrerà perdere l' altro ne' me-

de-

desimi fluidi (§41). Onde se tali solidi nel fluido men grave avranno pesi uguali, nel fluido più grave avranno pesi disuguali, e'l più specificamente grave avrà peso maggiore; se poi avranno pesi uguali nel fluido più grave, nel fluido men grave avranno pesi disuguali, e'l meno specificamente grave avrà peso maggiore. Quindi s'intende perchè i corpi di gravità specifiche diverse, come la cera, e 'l piombo, qualora nel vuoto hanno pesi uguali, nell' aria hanno pesi disuguali, pesando il piombo più della cera, e qualora nell' aria hanno pesi uguali, nel vuoto hanno pesi disuguali, pesando la cera più del piombo.

COROLLARIO VII.

44. Essendo di più il peso, che sembra aver perduto un solido, quando sta immerso in un fluido, uguale al peso d' una quantità dell' istesso fluido del volume del solido; sarà la gravità specifica del solido a quella del fluido, come l' intero peso del solido alla sua porzione, che sembra perduta nel fluido.

Nel

Nel caſo de' ſolidi di minori gravità ſpecifiche de' fluidi.

COROLLARIO VIII.

45. Sia un ſolido immerſo in un fluido. Sarà la forza, che ſpigne il ſolido da giù in ſu in tale caſo tanto maggiore di quella, che lo ſpigne da ſu in giù, quant' è l' eccesso della gravità ſpecifica del fluido ſu quella del ſolido. Il ſolido dunque immerſo nel fluido ſale in tale caſo verſo la ſuperficie del fluido, ſpinto da una forza uguale all' eccesso della gravità ſpecifica del fluido ſu quella del ſolido; e di sì fatta forza v' è biſogno conſeguentemente per poterlo trattenere dentro del fluido.

COROLLARIO IX.

46. Eſſendo in oltre la forza, con cui un fluido ſpigne da giù in ſu un ſolido immerſo uguale al peſo d'una quantità dell'iſteſſo fluido del volume del ſolido immerſo; ſe un ſolido ſi metterà ſulla ſuperficie d'un fluido, ſcenderà egli nel fluido, finchè avrà tale parte del ſuo volume immerſa, che una quantità del fluido della grandezza della parte immerſa peſerà quanto tutt' il ſolido; perchè allora con quanta forza viene ſpinto il ſolido du

ſa

ſu in giù dalla ſua gravità, con altrettanta viene ſpinto da giù in ſu dal fluido.

COROLLARIO X.

47. Eſſendo dunque il peſo d'un ſolido, che galleggia ſu d'un fluido, uguale al peſo d'una quantità dell'iſteſſo fluido della grandezza della parte del ſolido immerſa; ſarà la gravità ſpecifica del fluido a quella del ſolido, come l'intero volume del ſolido alla parte dell'iſteſſo volume immerſa nel fluido.

COROLLARIO XI.

48. Se due ſolidi di gravità ſpecifiche diverſe, e di volumi uguali galleggiano ſull' iſteſſo fluido; perchè le gravità ſpecifiche d'uno di tali ſolidi, del fluido, e dell'altro ſolido hanno ragioni ordinate alla parte del primo ſolido immerſa nel fluido, al volume intèro del ſolido, e alla parte del ſecondo ſolido immerſa pure nell'iſteſſo fluido; perciò ſaranno le gravità ſpecifiche de' ſolidi proporzionali alle loro parti immerſe nel fluido.

COROLLARIO XII.

49. Finalmente, ſe un ſolido galleggia ſucceſſivamente ſu due fluidi di gravità ſpecifiche diverſe. Chiamando V il volume del ſo-

solido, I, e i le parti immerse ne' fluidi, S, e s le gravità specifiche de' fluidi, e M quella del solido; s'avranno le seguenti proporzioni

$$S : M = V : I$$
$$M : s = i : V.$$

Dunque sta S : s = i : I, e conseguentemente le gravità specifiche de' fluidi sono in ragione reciproca delle parti, che l'istesso solido immerge in essi. Per la qual cosa un solido s'immerge con minor porzione del suo volume nel fluido più grave, che nel fluido meno grave. Quindi è che si conosce essere un fluido meno grave d'un' altro dal vedere un solido immergersi più nell'uno, che nell'altro.

AVVERTIMENTO I.

50. Si noti che se il vaso ABCD contiene un fluido di gravità specifica maggiore fino al piano orizzontale LM, e un'altro fluido di specifica gravità minore da LM fino ad AD, e si lascia sulla superficie AD il solido X di gravità specifica maggiore del fluido AM, e di gravità specifica minore del fluido LC; scenderà sì fatto solido pel fluido AM, e, non potendosi immergere interamente nel fluido LC, si fermerà con una parte del suo volume im-

Fig. 6.

immersa in LC, e colla restante parte immersa in AM. Restando intanto quieto il solido, deve il suo peso uguagliare la somma de' pesi del fluido più grave del volume della parte immersa in esso, e del fluido meno grave del volume della parte immersa pure in lui. Or, mettendo l' intero volume del solido X = V, la parte immersa in LC = I, l'altra immersa in AM = V—I, le gravità specifiche del fluido LC = G, del fluido AM = g, e del solido X = S; e mettendo altresì il peso di X = P, il peso del fluido più grave del volume della parte immersa in lui = Q, e 'l peso del fluido men grave del volume della parte immersa in esso = R, s'avranno le seguenti proporzioni

$$P : Q = V \times S : I \times G$$
$$P : R = V \times S : (V-I) g \quad (7).$$

Onde

$$P : Q+R = V \times S : I \times G + (V-I) g .$$

Ma è P = Q+R. Dunque è anche

$$V \times S = I \times G + (V-I) g .$$

E percio

$$V \times S - V \times g = I \times G - I \times g ,$$

cioè

cioè

$$V(S-g) = I(G-g).$$

Per la qual cosa

$$V : I = G-g : S-g.$$

Sicchè l' intero volume del solido sta alla parte immersa nel fluido più grave, come la differenza delle gravità specifiche de' due fluidi alla differenza delle gravità specifiche del solido, e del fluido men grave.

AVVERTIMENTO II.

51. Sieno i due fluidi uno acqua, e l'altro aria. Appresso si determinerà che la gravità specifica dell' acqua è a quella dell' aria, come 885 : 1. Or se la gravità specifica del solido è a quella dell' acqua, come 600: 885 per esempio; sarà l' intero volume del solido alla parte immersa nell'acqua, come 885—1 : 600—1, ovvero come 885: 600 senza errore sensibile, e conseguentemente come la gravità specifica del fluido, su cui galleggia il solido, a quella dell' istesso solido. Dunque ancorchè i corpi, che galleggiano su i fluidi abbiano una parte immersa ne' fluidi, su quali galleggiano, e un' altra nell' aria: nondimeno, essendo la

gravità ſpecifica dell' aria aſſai piccola relativamente a quelle degli altri fluidi, ſi può ſempre prendere l' intero volume d'un ſolido alla parte immerſa nel fluido, ſu cui galleggia, come la gravità ſpecifica dell' iſteſſo fluido, a quella del ſolido, ſecondo la regola data nel § 47; conſiderando la parte ſuperiore del ſolido come non immerſa in fluido alcuno.

AVVERTIMENTO III.

52. Già s'è dimoſtrato che, quando un ſolido galleggia ſu d' un fluido, viene egli ſpinto verticalmente dal fluido da giu in ſu con una forza uguale al peſo del ſolido (§ 46), e conſeguentemente uguale alla ſomma de' peſi della parte immerſa, e dell' altra, ch' è fuori del fluido; onde la parte immerſa, equilibrandone tanto della detta forza, quant' è il ſuo peſo, viene sforzata verticalmente dal fluido ad uſcire da eſſo con una forza uguale al peſo della parte, ch' è fuori dell' iſteſſo fluido; e la parte, ch' è fuori del fluido, viene verticalmente sforzata a ſcendere nel fluido dal proprio peſo. Or perchè ognuna delle dette parti è ſpinta verticalmente, ognuna ſi muoverebbe dalla ſpinta, che riceve, per la verticale procedente pel ſuo centro di gravità. Sicchè quando tali verticali formano un' iſteſſa verticale, i sforzi delle dette parti allora non ſo-

solamente sono uguali, ma anche diametralmente opposti, e uno impedisce l'effetto dell'altro, e'l corpo conseguentemente resta quieto: quando poi formano verticali diverse, in tale caso uno non impedisce l'effetto dell'altro; e perciò il corpo si agita, finchè tali verticali diverse si riducano a una verticale istessa.

AVVERTIMENTO IV.

53. Si noti di vantaggio che, avendo resa una palla di cera, con introdurvi in essa de' piccioli pezzetti di piombo, dell' istessa gravità specifica dell'acqua, contenuta in un vaso all'altezza di 5 palmi, ho osservato che tale palla resta immobile nell' acqua non solamente poco sotto la sua superficie, ma anche nel mezzo dell' altezza, e presso il fondo. Segno manifesto che l'acqua contenuta in qualsivoglia vaso è da per tutto dell'istessa gravità specifica, e conseguentemente dell'istessa densità. E perciò l' acqua non è compressibile dal proprio peso: anzi non è compressibile da forze potentissime, che possono premerla, come attestano le isperienze fatte a tale effetto nella famosa Accademia del Cimento. Ciò che s' osserva nell'acqua, s'osserva anche ne' vini, negli olei, nel mercurio, e in ogni altro fluido, che trattiamo, dall' aria in fuori. Sicchè tutt' i fluidi, dall' aria in fuori, in qua-

lunque vaſo ſono da per tutto dell' iſteſſa denſità.

CAP. III.

De' modi di determinare con una bilancia idroſtatica le gravità ſpecifiche de' ſolidi, e de' fluidi, e degli principali uſi di sì fatte determinazioni.

DEFINIZIONE.

54. Si chiama *Bilancia idroſtratica* una bilancia eſattiſſima, e ſenſibiliſſima, colla quale non ſolamente ſi poſſono determinare le gravità aſſolute di corpi di piccolo peſo, ma anche le gravità ſpecifiche di tutt' i corpi e ſolidi, e fluidi.

AVVERTIMENTO I.

Fig.7. 55. Viene la bilancia idroſtatica rappreſentata dalla *fig.* 7: e ha tale bilancia, che ſi ſoſpende al braccio orizzontale del piede E, la linguetta aſſai ſottile, e lunga, e nel mezzo della ſcudella B dalla parte inferiore un picciolo uncino da potervi ſoſpen-

de-

dere de' pesi. Rappresentano di più C un picciolo secchio con un coperchio forato, acciò vi possa l'acqua, quando è immerso in lei, entrarvi dentro, senza obbligare ad uscirne il corpo di minore gravità specifica dell'acqua, che si mette tal volta dentro; e D una mediocre palla di cristallo, alquanto cava nel mezzo, acciò sia di gravità specifica maggiore di tutt' i fluidi, dal mercurio in fuori, ma non molto maggiore.

AVVERTIMENTO II.

56. Se la sensibilità della bilancia esige dover adoperare le centesime parti di grano; si può allora prendere una corda metallica assai sottile, ed ugualissima da per tutto, e misurarne una porzione, che sia del peso d'un grano. Poichè, tirata sulla carta una retta della lunghezza di sì fatta porzione, e divisa tale retta in 10 parti uguali, e una di esse parti in 10 altre anche uguali, si possono con tali misure prendere dalla detta corda le porzioni lunghe 50, 40, 30, 20, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 delle parti centesime della retta divisa, e così avere piccioli pesi da poter conoscere anche le parti centesime di grano.

PROBL. I.

57. *Determinare coll' ajuto della bilancia idrostatica le gravità specifiche de' solidi relativamente a quella dell' acqua piovana, posta $= 1$.*

SOLUZIONE.

1. Si prenda un pezzetto del solido, di cui si vuole determinare la gravità specifica, e si pesi coll' ajuto della bilancia idrostatica esattissimamente; e 'l peso determinato si noti.

2. Si sospenda all' uncino della scudella B il piccolo secchio C coll' ajuto d' un crine di cavallo; e, immerso il secchietto nell' acqua piovana, contenuta nel vaso F, si riduca la bilancia in perfetto equilibrio.

3. Si metta dentro del secchietto C il pezzetto del solido; la bilancia perderà il suo equilibrio, e preponderera dalla parte del secchietto, se il solido sarà di maggiore gravità specifica dell' acqua, premendo il fondo coll' eccesso della gravità specifica sua su quella dell' acqua, o dalla parte opposta, se il solido sarà di minore gravità specifica dell' acqua, spingendo in alto il coperchio coll' eccesso della gravità specifica dell' acqua su quella del solido.

4. Si riduca allora la bilancia di nuovo in

in perfetto equilibrio, con aggiugnere del peso alla scudella A nel primo caso, o alla scudella B nel secondo caso; sarà il peso aggiunto alla scudella A l'eccesso della gravità specifica del solido su quella dell'acqua, o 'l peso aggiunto alla scudella B sarà l'eccesso della gravità specifica dell' acqua su quella del solido.

5. Perciò del peso del pezzetto del solido già prima determinato, e del peso aggiunto alla scudella A nel primo caso, o alla scudella B nel secondo caso se ne determini la differenza nel primo caso, o la somma nel secondo caso; s'avrà nel primo caso colla differenza de' detti pesi, e nel secondo caso colla somma il peso dell' acqua del volume del pezzetto del solido.

6. Si divida il peso del pezzetto già prima determinato pel peso anche determinato dell'acqua del volume dell'istesso pezzetto; il quoziente dà la gravità specifica del solido cercata relativamente a quella dell'acqua piovana, posta = 1.

7. Finalmente si ripetino le medesime operazioni per ogni altro de' solidi, de'quali si vogliono determinare le gravità specifiche relativamente a quella dell'acqua piovana, posta = 1.

S'avranno in tal modo le gravità specifiche di qualsivoglia numero di solidi relativamente a quella dell'acqua piovana, posta = 1.

AVVERTIMENTO.

58. Si noti che per determinare la gravità specifica del mercurio relativamente a quella dell' acqua piovana, posta = 1, si deve a questo modo procedere. 1. Si misuri colla bilancia idrostatica esattamente il peso d' un picciolo bicchiere di cristallo; e, versato poi in esso una quantità di mercurio, si torni di nuovo a pesare il bicchiere col mercurio. Con togliere il peso primo determinato dal secondo, s' avrà il peso del mercurio. 2. Sospeso il secchietto C alla scudella B, si metta la bilancia in perfetto equilibrio col secchietto immerso nell' acqua piovana; e, versato il mercurio già pesato nel secchietto, si determini il peso da aggiugnere alla scudella A per ridurre la bilancia di nuovo in perfetto equilibrio. 3. Dal peso del mercurio si tolga il peso aggiunto alla scudella A, e s' avrà il peso dell' acqua uguale in volume al mercurio. 4. Finalmente per tale peso dell' acqua si divida quello del mercurio, il quoziente darà la gravità specifica del mercurio relativamente a quella dell' acqua piovana, posta = 1.

PROBL. II.

59. *Determinare colla bilancia idrostatica le gravità specifiche de' fluidi, dal mercurio, e dall'*

e dall' aria in fuori, relativamente a quella dell' acqua piovana, posta = 1.

Soluzione.

1. Si sospenda all' uncino della scudella B il globo D di cristallo con un crine di cavallo; e se ne determini colla bilancia esattamente il peso, mettendo il contrappeso nella scudella A; anzi, se il crine ha qualche picciolo peso sensibile, si determini prima, e poscia si sottragga dal peso del globo una col crine.

2. S' immerga il globo nell' acqua piovana, contenuta nel vaso F, e si riduca la bilància di nuovo in perfetto equilibrio, con togliere da A quanto peso è necessario togliere; e si noti tale peso tolto da A, che è il peso dell' acqua piovana uguale in volume al globo D (§ 40).

3. Si versi l' acqua dal vaso F, e nettato il globo D, si vada egli successivamente immergendo in altri fluidi, che si anderanno successivamente mettendo nell' istesso vaso F; e si noti sempre il peso, che conviene togliere di vantaggio da A, o aggiugnere all' istessa scudella A, acciò si riduca ogni volta la bilancia in perfetto equilibrio.

4. Tali pesi notati si aggiungano al peso ritrovato dell' acqua, uguale in volume al globo D, o si tolgano da lei, e s' avranno i pe-

i pesi de' fluidi adoperati, uguali pure in volumi al globo D.

5, Finalmente si dividano i pesi determinati de' fluidi, uguali in volumi al globo D, pel peso determinato dell'acqua piovana dell'istesso volume.

I quozienti daranno le gravità specifiche de' medesimi fluidi relativamente a quella dell'acqua piovana, posta = 1.

AVVERTIMENTO I.

60. Là bilancia idrostatica quale io l' ho descritta, e i metodi insegnati per determinare le gravità specifiche de' solidi, e de' fluidi hanno qualche differenza dalle bilance idrostatiche, e dagli metodi praticati da tutti gli Fisici; e ne conoscerà di tali cose l'eleganza chi ne farà il confronto. Intanto soggiungo una brieve tavola delle gravità specifiche di più solidi, e fluidi, tratta dalle tavole del Muschenbroek, e del Desaguliers, che sono le più esatte.

Ta-

Tavola delle gravità specifiche di più solidi, e fluidi, determinate relativamente alla gravità specifica dell' acqua piovana, posta = 1.

	Gravità specifiche
Dell' oro fine	19.640
Del mercurio puro	13.593
Dell' argento fine	11.091
— D' Ollanda il migliore	10.535
— D'Ollanda di mediocre valore	10.340
Del piombo	11.325
Del Rame del Giappone	9.000
— di Svezia	8.784
Dell' acciaro flessibile	7.738
— temperato	7.704
— elastico	7.809
Del ferro	7.645
Dello stagno puro	7.320
— d' Inghilterra	7.471
Del diamante	3.400
Del Marmo nero d' Italia	2.704
— bianco d' Italia	2.707
Del vetro comune	2.710
Dell' Alabastro	1.872

Del

Del Nitro	1.900
— ridotto col fuoco in sale fisso	2.745
Del Solfo vivo	2.000
— comune	1.800
Dell' avorio	1.825
Del legno di cedro	0.613
Del legno d' Olmo	0.600
Del legno d' Aloe	1.177
Dell' acqua di mare	1.030
Dell' acqua di pioggia	1.000
Dell' acqua di pozzo	0.999
Dell' acqua di fiume	1.009
Dell' acqua forte	1.300
Dell' acqua regia	1.234
Dell' olio d' olive	0.913.

AVVERTIMENTO II.

61. Insegnati già i modi di determinare le gravità specifiche di tutt' i corpi, resta ora che si proceda agli principali usi di sì fatte determinazioni. Perciò soggiugniamo i seguenti problemi.

PROBL. III.

62. *Data la gravità specifica d' un corpo, solido o fluido che sia, e dato il suo volume, determinare il peso del medesimo corpo.*

So-

SOLUZIONE.

1. Si trovi in ordine alla gravità specifica dell'acqua piovana, alla gravità specifica data del corpo, e al peso d' un palmo cubico d'acqua piovana, già determinato, il quarto proporzionale; darà sì fatto quarto proporzionale il peso d' un palmo cubico del corpo, di cui si cerca il peso.

2. Si moltiplichi il peso già determinato d'un palmo cubico del corpo pel numero de' palmi cubici componenti il suo volume dato.

Il prodotto darà il peso cercato.

ESEMPIO I.

Si deve coprire con lastre di piombo della grossezza d'un minuto, o di $\frac{1}{60}$ di palmo il tetto d'un edifizio di palmi quadrati 12000; si cerca il peso del piombo. Il volume del piombo deve essere pal. cubici $12000 \times \frac{1}{60} = 200$. Il peso d' un palmo cubico d'acqua piovana è $20^{rot.}. 13^{onc.}. 16^{trap.}. 8^{ac.}$ (§ 19). La gravità specifica dell' acqua piovana a quella del piombo è nella ragione di 1 : 11. 325. Dunque il peso d' un pal. cubico di piombo è $2^{can.}. 31^{rot.}. 3^{onc.}. 12^{trap.}. 9^{ac.}$. E perciò il peso cercato di tutt'il piombo sarà $(2^{can.}. 31^{rot.}. 3^{onc.}. 12^{trap.}. 9^{ac.})\ 200$, o sia $462^{cant.}. 20^{rot.}. 16^{onc.}. 10^{trap.}$.

ESEM-

ESEMPIO II.

In un vaſo parallelepipedo lungo pal.15, e largo pal. 3, che contiene dell' acqua di mare, s' è calato un cannone, e l' acqua, quando il cannone è ſtato tutto immerſo in eſſa, s' è innalzata per $\frac{3}{4}$ di palmo. Si cerca, eſſendoſi determinata la gravità ſpecifica del metallo componente il cannone 8. 024 relativamente a quella dell' acqua piovana, poſta = 1, il peſo del cannone. Il volume del cannone è pal. cubici $15 \times 3 \times \frac{3}{4} = 33 \frac{3}{4}$. Il peſo d' un pal. cubico d' acqua marina è $20^{rot.}$. $28^{onc.}$. $14^{trap.}$. $8^{ac.}$ (§19). La gravità ſpecifica dell' acqua marina a quella del cannone è nella ragione di 1. 030 : 8. 024. Dunque il peſo d' un pal. cubico del metallo componente il cannone è $1^{cant.}$. $62^{rot.}$. $15^{onc.}$. $11^{trap.}$. $17^{ac.}$. E perciò il peſo cercato del cannone è ($1^{cant.}$. $62^{rot.}$. $15^{onc.}$. $11^{trap.}$. $17^{ac.}$) $33\frac{3}{4} = 54^{can}$. $83^{rot.}$. $2^{onc.}$. $27^{trap.}$. 9^{ac}.

PROBL. IV.

63. *Data la gravità ſpecifica d' un corpo, ſolido o fluido che ſia, e dato il ſuo peſo, determinare il volume dell' iſteſſo corpo.*

So-

SOLUZIONE.

Si faccia come ſta il peſo d'un palmo cubico d' acqua piovana, diviſo per la gravità ſpecifica dell' iſteſſa acqua, al peſo dato, diviſo per la data gravità ſpecifica, così un palmo cubico al quarto proporzionale; darà sì fatto quarto proporzionale il volume cercato in palmi cubici.

ESEMPIO.

Sia da determinarſi il volume d' una quantità di mercurio del peſo di rotola *6*. La gravità ſpecifica del mercurio è 13. 593. Il peſo d' un palmo cubico d' acqua piovana è 20^rot. 13^onc. 16^trap. 8^ac., o ſia acini 408128. Dunque ſe ſi fa $\frac{408128}{1} : \frac{120000}{13.593} = 1$ al quarto proporzionale, il quarto proporzionale dà il volume cercato di $\frac{1}{50}$ di pal. cubico, o onc. cubiche $34\frac{14}{25}$.

PROBL. V.

64. *Sia un corpo miſto di due di gravità ſpecifiche diverſe, e miſto in modo, che il ſuo volume uguagli la ſomma de' volumi de' componenti. Dato il peſo del miſto, data la ſua gravità ſpecifica, e date le gravità ſpecifi-*

fiche de' due componenti, determinare i pesi de' medesimi componenti.

SOLUZIONE.

Si chiamino i pesi del misto p, d' un componente x, dell' altro componente $p-x$, le gravità specifiche del misto s, d' un componente a, e dell' altro componente b; contrassegneranno i volumi del misto $\frac{p}{s}$, d' un componente $\frac{x}{a}$, e dell' altro componente $\frac{p-x}{b}$. Dunque sarà

$$\frac{p}{s} = \frac{x}{a} + \frac{p-x}{b}.$$

Onde

$$abp = bsx + asp - asx.$$

E perciò

$$x = \frac{asp-abp}{as-bs} = \frac{s-b}{a-b} \times \frac{ap}{s},$$

$$p-x = \frac{abp-sbp}{as-bs} = \frac{a-s}{a-b} \times \frac{bp}{s}.$$

Ch' è quanto bisognava determinare.

CO-

COROLLARIO.

65. Quindi il peso d'un componente sta al peso dell' altro nella ragione di $\frac{s-b}{a-b} \times \frac{ap}{s} : \frac{a-s}{a-b} \times \frac{bp}{s}$, o di $(s-b)\,a : (a-s)\,b$, e conseguentemente il volume di uno al volume del altro nella ragione di $s-b : a-s$.

ESEMPIO I.

Sia la famosa corona d' oro del Re Jerone, in cui l' artefice coll'oro vi mischiò dell' argento per frode, scoperta allora dall' insigne Archimede, con fare per la prima volta il rapporto del peso, che nell' acqua sembra perdere l' oro, a quello, che sembrava perdere la corona. Si supponga d' esser state le gravità specifiche dell' oro dato all' artefice 19, della corona 16, e dell' argento adoperato 11; saranno $a=19$, $s=16$, e $b=11$. Dunque il peso dell' oro nella corona doveva essere a quello dell' argento nella ragione di $(16-11)19 : (19-16)11$, o di $95 : 33$. E perciò, diviso il peso della corona in 128 parti, di tali parti dovevano essere 95 d' oro, e 33 d' argento.

AVVERTIMENTO.

66. Si noti che l'esposto mezzo somministratoci dall' Idrostatica, per conoscere le quantità degl' ingredienti d' un misto, vale solamente quando si tratta di due soli ingredienti, e quando il volume del misto uguaglia la somma de' volumi degl' ingredienti. Così dell' argento, il piombo ha maggiore gravità specifica; e lo stagno ne ha meno; onde si possono il piombo, e lo stagno mischiare insieme in tale proporzione, che ne risulti un misto dell' istessa gravità specifica dell' argento. Or se tal misto si mischia coll' argento, s' avrà un altro misto dell' istessa gravità specifica dell' argento, e conseguentemente un misto, di cui con nessun mezzo idrostatico si potranno conoscere gl' ingredienti. Di più il rame, e lo stagno, liquefatti insieme, si mischiano in modo, che ne risulta un metallo di maggiore gravità specifica del rame; vale a dire che non conservano nel misto la somma de' loro volumi, introducendosi le parti dell' uno ne' pori dell' altro. Sicchè col mezzo idrostatico ne' metalli delle campane, e de' cannoni non si può conoscere la proporzione de' loro ingredienti. E perciò coloro, che pretendono coll' ajuto della gravità specifica del metallo d' un cannone inservibile, che si deve fondere, per farne un nuovo, e delle gravità spe-

ſpecifiche del rame, e dello ſtagno conoſcere, ſe nel cannone da fondere v'è tra 'l rame, e lo ſtagno la conveniente proporzione, e ſe non v'è, quale de' due metalli componenti ſi deve accreſcere, e di quanto, s'ingannano.

PROBL. VI.

67. *Dato il peſo d'un ſolido più grave d'un fluido, e date le gravità ſpecifiche dell'iſteſſo ſolido, del fluido, e d'un altro ſolido men grave del medeſimo fluido, determinare la quantità del ſolido men grave da aggiugnere al più grave, acciò naſca un ſolido dell'iſteſſa gravità ſpecifica del fluido.*

SOLUZIONE.

Sieno il peſo dato del ſolido più grave $= p$, le gravità ſpecifiche del ſolido più grave, del fluido, e del ſolido men grave s, a, b; e 'l peſo della quantità cercata del ſolido men grave $= x$. Eſſendo $s : s-a = p$ alla forza, con cui il ſolido più grave ſcende pel fluido (§ 39); ſarà tale forza $= \frac{s-a}{s} \times p$. Eſſendo in oltre $b : a-b = x$ alla forza, con cui il fluido ſpigne il ſolido men grave del peſo x da giù in ſu (§ 45);

 ſarà

sarà tale forza $= \frac{a-b}{b} \times x$. Or queste due forze determinate debbono essere tra loro uguali, acciò il solido composto, che nasce dall'unione de' due già detti, sia dell'istessa gravità specifica del fluido. E perciò sarà $\frac{a-b}{b} \times x = \frac{s-a}{s} \times p$, e conseguentemente $x = \frac{s-a}{a-b} \times \frac{bp}{s}$. Ch'è ciò, che bisognava determinare.

ESEMPIO.

Sia da determinarsi la quantità di fughero da aggiugnere al corpo d'un uomo di giusta taglia, acciò divenghi dell' istessa gravità specifica dell' acqua. Il peso d' un uomo di giusta taglia è circa 70 rotola, e le gravità specifiche del corpo umano, dell' acqua, e del fughero sono come 10, 9, $2\frac{1}{4}$. Dunque $s = 10$, $a = 9$, $b = 2\frac{1}{4}$. E perciò la quantità cercata di fughero sarà del peso $\frac{s-a}{a-b} \times \frac{bp}{s} = \frac{1}{6\frac{3}{4}} \times \frac{2\frac{1}{4} \times 70}{10} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$, cioè di rotola $2\frac{1}{3}$.

CO-

COROLLARIO.

68. Quindi un uomo di giusta taglia, se guernisce il suo corpo di sugheri del peso di più di rotola 2 $\frac{1}{7}$, galleggia sull'acqua, e può passare delle acque, senza pericolo d'immergersi in esse.

AVVERTIMENTO.

69. Si noti intanto che vi sono degli uomini, i quali senz'ajuto di sugheri galleggiano sull'acqua; e sono quelli, che hanno molta pinguedine, carne floscia, e poca quantità d'ossa per rispetto delle loro moli.

PROBL. VII.

70. *Distinguere i corpi veri dagli falsi, i sinceri dagli adulterati, e i puri dagl' impuri.*

SOLUZIONE.

Si determini la gravità specifica del corpo, della cui verità, o sincerità si dubita. Se si trova essere l'istessa che quella, che ha il corpo simile, della cui verità, o sincerità non si dubita, il corpo è vero, o sincero; altrimenti è falso, o adulterato.

AVVERTIMENTO I.

71. In tal modo si conosce con sicurezza, se una massa d'oro, o d'argento, o di mercurio, ec. è pura, o impura, se un diamante, o altra gemma, se un legno, ec. è vero, o falso, se un vino, o un olio, o uno spirito, ec. è sincero, o adulterato.

AVVERTIMENTO II.

72. Quanto s'è insegnato fin qui relativamente a' fluidi, per calcolarne le forze, colle quali premono le superficie, e le forze, colle quali spingono i solidi da giù in su, e per determinarne le loro gravità specifiche, non è sufficiente relativamente all'aria. E' l'aria un fluido, che non ha l'istessa densità da per tutto, non preme solamente a cagione del suo peso, ma anche a cagione della sua elasticità, ed è un fluido, la cui vera altezza non è determinabile. Merita perciò l'aria un particolare esame nell' Idrostatica; esame, che si farà qui appresso, per quanto esige il bisogno idrostatico, riserbandoci tutt'il di più per la Fisica, alla quale appartiene.

CAP.

CAP. IV.

Della pressione dell' aria, e del modo di calcolarla relativamente a qualunque superficie.

DEFINIZIONE.

73. Chiamiamo *Aria* il fluido invisibile, che circonda la Terra, e nel quale viviamo, e *Atmosfera terrestre*, o semplicemente *Atmosfera* tutta l' aria, ch' è intorno la Terra.

AVVERTIMENTO I.

74. Il vento manifesta l' esistenza dell' aria. La forza del vento, e l' opposizione, che l' aria fa agli corpi, che si muovono in essa, fanno conoscere esser l' aria un corpo. E finalmente la facilità, che ha l'aria di cedere a ogni forza, che fa azione su di lei, manifesta la sua fluidità.

AVVERTIMENTO II.

75. Nella Fisica si dirà che l' aria produce effetti sensibili fino alla distanza di cir-

ca miglia 50 dalla superficie della Terra; e si dirà altresì che l'altezza dell' atmosfera non è costante, nè è determinabile.

ESPERIENZA I.

Fig.8. *76.* Si prenda il cannello di cristallo AB del diametro non meno d' un mezzo minuto, della lunghezza di 4 palmi, e chiuso all'usanza d' Ermete in B, e aperto in A. Si riempia sì fatto cannello perfettamente di mercurio, senza che entro di esso vi resti aria; e, applicato strettamente l'estremo d' un dito in A in modo, che non vi rimanga aria tra 'l mercurio, e 'l dito, si rovesci il cannello, e verticalmente s' immerga coll' estremo A nel mercurio contenuto nel picciolo vase C. Tolto il dito da A dopo tale immersione, s' osserva il mercurio alquanto scendere nel cannello, e fermarsi, quando l'altezza, che ha nel cannello sulla superficie di quello, ch' è nel piccolo vaso C, è circa once 34 $\frac{1}{2}$, ancorchè si scuota quanto si voglia il cannello.

COROLLARIO I.

77. Restando il mercurio nel cannello AB più alto, che nel vaso C, circa once 34 $\frac{1}{2}$, le parti componenti il primo strato orizzontale del mercurio, contenuto nel vaso C, premeranno da giù in su l'aria soprastan-

stante con forza uguale al peso del mercurio, che verticalmente potrebbe poggiare sull'istesso strato fino all'altezza di onc. $34\frac{1}{2}$ (§ 33). Or se colla medesima forza l'aria soprastante non premesse da su in giù il medesimo strato di mercurio, non vi sarebbe equilibrio tra 'l mercurio del cannello, e quello del vaso C, e l'uno scenderebbe, e l'altro salirebbe, finchè verrebbero alla medesima altezza. Dunque l'aria preme sulla superficie del mercurio del vaso C, e conseguentemente su qualunque altra superficie con tanta forza, con quanta premerebbe il mercurio, se avesse sull'istessa superficie l'altezza di onc. $34\frac{1}{2}$.

COROLLARIO II.

78. Se si dà ingresso all'aria nel cannello AB dalla parte superiore B, diviene allora la pressione del mercurio contenuto nel cannello, a cagione di quella dell'aria soprastante all'istesso mercurio, il doppio di quella, che faceva prima; onde le parti componenti il primo strato orizzontale del mercurio, contenuto nel vaso C, premono in tale caso l'aria soprastante da giù in su col doppio della forza, con cui l'istessa aria ripreme da su in giù; e perciò il mercurio nel cannello scende, e nel vase sale, finchè in ambidue sia il mercurio all'istessa altezza, Sicchè la pressione dell'aria sulla superfi-

ficie del mercurio del vaso C sostiene in equilibrio il mercurio nel cannello AB all' altezza di circa once 34 $\frac{1}{2}$, quando la parte superiore del cannello è vuota, e conseguentemente quando non contiene aria, che possa premere il mercurio del cannello da su in giù.

COROLLARIO III.

79. Essendo la gravità specifica del mercurio a quella dell' acqua piovana, come 13.593 : 1; l' istessa pressione fa su d' una superficie il mercurio, alto su di lei onc. 34 $\frac{1}{2}$, che l' acqua alta pal. 39. Dunque l'aria preme sulle superficie de' corpi, come premerebbe l'acqua soprastante alle istesse superficie fino all' altezza di circa pal. 39; e conseguentemente la pressione dell' aria sulla superficie dell' acqua può sostenere l'acqua in un cannello, o in qualunque vaso vuoto d' aria fino all' altezza di circa pal. 39. E perciò tutta l' atmosfera preme l' intera superficie del globo terraqueo, come la premerebbe un mare d'acqua, alto sull' istessa superficie pal. 39.

COROLLARIO IV.

80. In oltre, premendo i fluidi per tutte le direzioni coll' istessa forza, qualunque superficie in qualsisia sito, che si

si trova nell' aria, è premuta sempre dall' istess'aria con una forza uguale al peso d'una quantità d'acqua piovana, il cui volume si ha moltiplicando la superficie premuta per pal. 39, o al peso d'una quantità di mercurio, il cui volume si ha moltiplicando la istessa superficie premuta per onc. 34 $\frac{1}{2}$. Ed ecco in che modo si calcola la pressione dell' aria sulle superficie de' corpi esistenti in essa, che chiameremo appresso *peso atmosferico*.

AVVERTIMENTO I.

81. Si noti che se si lascia il cannello AB col mercurio dentro di esso, e coll' estremo A immerso nel mercurio del picciolo vaso C, e si lascia quieto in qualche luogo, s'osserva non conservare il mercurio nel cannello sempre l'istessa altezza, ma avere altezza ora maggiore, e ora minore; e s'osserva altresì che il mercurio nel crescere, e scemare la sua altezza nel cannello ha certi limiti, che non oltrepassa giammai, e limiti distanti tra loro circa 3 once. Se poi l'istesso cannello si porta sulla cima di qualche alto monte, e si vanno successivamente notando le altezze, che ha il mercurio in esso a diverse distanze dalle radici dell'istesso monte; s'osservano tali altezze essere diverse, ed essere sempre più minori, e minori, quanto più distante dalle radici del monte si trova il cannello.

CO-

COROLLARIO V.

82. Dunque la pressione dell'aria nell'istesso luogo non è costante, e alle diverse distanze dalla superficie della Terra è diversa, e minore sempre alle distanze maggiori.

AVVERTIMENTO II.

83. L'incostanza della pressione dell'aria nell'istesso luogo deriva dal contenere l'atmosfera ora più, e ora meno copia di sottilissime parti, esalate da' corpi terrestri; dall'essere sì fatte parti ora equilibrate nell'aria, e conseguentemente nello stato d'essere le inferiori premute dalle superiori, e ora attualmente discendenti per l'aria, e conseguentemente fuori dello stato d' essere le inferiori dalle superiori premute; e dall' essere l'aria finalmente agitata ora per una, e ora per un'altra direzione. L'andarsi poi la pressione dell'aria successivamente diminuendo, secondochè si procede più in alto nell'atmosfera, deriva da ciò, che quanto più si procede in alto nell'atmosfera, tanto più si diminuisce la quantità dell'aria soprastante.

AVVERTIMENTO III.

84. Si noti anche che, quando diciamo essere la pressione dell'aria contro d'una super-

perficie uguale al peso d' una quantità d' acqua piovana; il cui volume si ha moltiplicando la superficie premuta per pal. 39, si deve intendere d'una superficie premuta presso il livello del mare, e non d' una superficie premuta sulla cima d' un monte: anzi, come la pressione dell' aria è variabile, per calcolare con esattezza la pressione, che soffre dall' aria in un dato tempo una superficie, è necessario conoscere a quale altezza l' aria mantiene il mercurio nel detto cannello nel medesimo tempo, e nel luogo dell' istessa superficie premuta.

AVVERTIMENTO IV.

85. Si noti finalmente che la salita de' fluidi ne' tubi vuoti d'aria fu attribuita dagli antichi all' orrore, che la natura avesse del vuoto, e dall' istesso immortale Galilei alla forza dell' istesso vuoto, che la credette non illimitata, quando fu avvertito non salire l' acqua nel vuoto fatto nelle trombe collo stantuffo, se non all'altezza di braccia 18 fiorentine. Il primo che conobbe nel 1643 la pressione dell' aria, e da sì fatta pressione dipendere la detta salita de' fluidi ne' tubi vuoti, fu il famoso Torricelli; però l' istesso Torricelli non s' accorse d' essere la pressione dell' aria variabile, se non due anni dopo, vale a dire nel 1645.

ESPE-

ESPERIENZA II.

Fig. 9. 86. Si prenda il cannello di cristallo piegato ABCD, chiuso in D all' usanza d' Ermete, e aperto in A, che abbia le due braccia AB, DC perpendicolari alla parte BC, che abbia di più un piccolo foro in B, e che sieno AB della lunghezza di pal. 10, e CD della lunghezza d' un solo palmo. Si metta prima tale cannello in modo, che BC sia orizzontale, e AB, e CD verticali. Si versi poi da A del mercurio nel cannello a poco a poco, acciò riempia egli la parte BC, senza strignere l'aria in CD. Riempiuta interamente la parte BC, e rimasta l'aria in CD nello stato naturale, cioè nello stato, ch' è fuori del cannello, si faccia chiudere con un dito esattamente il foro B, e si vada versando altro mercurio nel cannello. S' osserva il mercurio della parte BC salire in CD, e giugnere alla metà dell' altezza di CD, quando in AB è alto onc. 40 $\frac{1}{2}$, cioè onc. 34 $\frac{1}{2}$ più, che in CD, giugnere in CD agli $\frac{2}{3}$ della sua altezza, quando in AB è alto onc. 77, cioè onc. 69, o due volte onc. 34 $\frac{1}{2}$ più, che in CD, e giugnere in CD agli $\frac{3}{4}$ della sua altezza, quando in AB è alto onc. 112 $\frac{1}{2}$, cioè onc. 103 $\frac{1}{2}$, o tre volte onc. 34 $\frac{1}{2}$ più, che in CD. Se poi, aprendo il foro B, si fa uscire tanto mercurio dal cannello, che si riduca in AB all'

all'altezza di onc. 77, s' osserva allora il mercurio scendere in CD, e fermarsi agli $\frac{2}{3}$ della sua altezza; se se ne fa uscire di vantaggio, finchè resti in AB all' altezza di onç. 40 $\frac{1}{2}$, s' osserva in CD alla metà della sua altezza; e se se ne fa uscire tutt'il mercurio contenuto in AB, s' osserva allora il mercurio restante occupare la parte BC, e l' aria contenuta in CD occupare di nuovo l' intero braccio CD.

COROLLARIO I.

87. Essendo l' aria contenuta in CD premuta dal solo peso atmosferico, quando in AB non v' è mercurio, ed essendo l' istess' aria ridotta successivamente primo alla metà del volume CD, poscia al terzo, e indi al quarto, quand' è premuta dal peso atmosferico, e dal mercurio esistente in AB, alto più che in CD prima per onc. 34 $\frac{1}{2}$, poscia pel doppio di tale altezza, e indi pel triplo, vale a dire quand' è premuta prima dal doppio del peso atmosferico, poscia dal triplo, e indi dal quadruplo: ne segue 1 che l' aria è fluido compressibile; 2 che si diminuisce il volume d' una quantità d' aria a proporzione, che cresce la forza, che la preme.

COROLLARIO II.

88. Diminuendosi il volume d'una quantità d'aria a proporzione che cresce la forza, da cui è ella premuta; crescerà la densità d'una quantità d'aria a proporzione che crescerà la forza, che la premerà. E perciò siccome nell'atmosfera quanto più si va in alto, tanto più si diminuisce la forza premente; così quanto più si va in alto nell'atmosfera, tanto più la densità dell'aria è minore. Per la qual cosa l'aria, costituente l'atmosfera terrestre, non è un fluido dell'istessa densità da per tutto; anzi non essendo costante nell'istesso luogo la pressione dell'aria, costante neppure è nell'istesso luogo la sua densità.

COROLLARIO III.

89. In oltre l'aria, esistente nello stato naturale nello spazio CD, e ristretta nel quarto di tale spazio, da se si dilata nel terzo del medesimo spazio CD, se la forza, che prima premeva col quadruplo del peso atmosferico, passa a premerla col triplo del medesimo peso; e si dilata nella metà, o nell'intero spazio CD, se la forza, che prima premeva col triplo del peso atmosferico, passa a premere col doppio, o col solo peso atmosferico. Dunque l'aria è un fluido elasti-

ftico (§ 82 *del tom* 8) , ed ha una elafticità proporzionale alla fua denfità , perchè la forza elaftica è fempre uguale alla forza premente ; altrimenti fe foffe maggiore , o minore , fi dilaterebbe l'aria in un volume maggiore , o fi riftrignerebbe in un volume minore .

COROLLARIO IV.

90. Quindi l'elafticità dell'aria nell'iftefso luogo s'accrefce , o fi diminuifce a proporzione, che s'accrefce, o fi diminuifce la denfità ; e di più quanto più fi procede in alto nell'atmosfera , a proporzione che fi va diminuendo la denfità dell'aria., fi va anche diminuendo l'elafticità . Onde è errore il credere effer l'aria nelle cime de' monti più elaftica, che nelle radici.

COROLLARIO V.

91. Effendo di più la forza elaftica dell'aria uguale alla forza , dalla quale ella è premuta ; farà la forza elaftica dell'aria, efiftente nello ftato naturale, uguale alla preffione atmosferica . Onde l'aria, efiftente nello ftato naturale preffo il livello del mare colla fua forza elaftica può foftentare l'acqua ne' cannelli vuoti all'altezza di circa pal.39, e 'l mercurio all'altezza di circa onc. $34\frac{1}{2}$. E perciò il mercurio, che nel cannello vuoto AB è foftentato all'altezza di onc. $34\frac{1}{2}$ Fig.8.

dalla pressione dell' aria libera, che poggia sulla superficie del mercurio del picciolo vaso C, se si chiude perfettamente il vaso C, lasciandovi tra 'l coperchio, e la superficie del mercurio l'aria nello stato naturale, viene alla medesima altezza sostentato dalla forza elastica di quel poco d'aria, che rimane tra 'l coperchio del vaso C, e la superficie del mercurio.

COROLLARIO VI.

92. L' aria dunque, quando è libera, cioè che comunica col restante dell'atmosfera, preme la superficie de' corpi col peso atmosferico; quando poi è chiusa, senza comunicazione col restante dell' atmosfera, preme colla sua forza elastica; e tale pressione, se l'aria è nello stato naturale, è uguale alla pressione atmosferica, e si calcola conseguentemente, come se fosse derivante dal peso atmosferico: se poi ha acquistata una densità, che sia il doppio, il triplo, il quadruplo, ec., o la metà, il terzo, il quarto, ec. di quella, che ha nello stato naturale, allora preme colla sua forza elastica col doppio, triplo, quadruplo, ec., o colla metà, col terzo, col quarto, ec. del peso atmosferico; e si calcola in tale caso, come se fosse pure derivante dal peso atmosferico, preso però tale peso atmosferico due, tre, quattro volte, ec., o presane la sua metà, ter-

terza, quarta parte, ec.

AVVERTIMENTO I.

93. Si noti che la forza elastica dell'aria, chiusa nella carne, nel sangue, e nelle cavità del nostro corpo, non ci fa opprimere dall'enorme pressione dell'atmosfera; la quale pressione, essendo la superficie d' un uomo di giusta taglia circa pal. quadrati $13 \frac{1}{3}$, equivale al peso di circa palmi cubici d'acqua piovana $13 \frac{1}{3} \times 39$, ovvero 520, e conseguentemente, preso ogni pal. cubico d'acqua di rotola $20 \frac{1}{2}$, al peso di rotola 10660, o di cantaja 106, e rotola 60.

AVVERTIMENTO II.

94. Sebbene il ristrignimento dell'aria in volume s'accresca a proporzione, che cresce la forza, dalla quale è ella premuta: nondimeno deve ciò succedere, finchè le parti dell' aria non vengono al perfetto contatto tra loro; poichè nel perfetto contatto non può seguire ristrignimento di sorta alcuna, senza penetrarsi le parti l'un l'altra, il che ripugna alla natura della materia, ch'è impenetrabile. E perciò l' aria ha de' limiti, che non può oltrepassare sì per riguardo della sua densità, che per riguardo della sua forza elastica. Le isperienze non hanno definito ancora qual sia il massimo grado di

densità, di cui l'aria è suscettibile, e quale conseguentemente sia il massimo grado d'elasticità, che può acquistare coll'essere premuta. Sappiamo solamente che riuscì di strignere l' aria in un volume minore di quello, che occupa nello stato naturale 30 volte al Boyle, 60 volte ad Halley, e 1838 volte al Dottor Hales; però, s' ignora se l' aria sia suscettibile di maggiore ristrignimento di quello, che ha auta nell'isperienza di Hales.

AVVERTIMENTO III.

95. Nella Fisica si farà vedere che l' elasticità dell' aria viene anche dal calore accresciuta, e dal freddo diminuita, e che dal calore dell' acqua bollente viene accresciuta a segno d' essere il triplo di quella, che è nello stato naturale. Si descriverà anche nella Fisica la macchina pneumatica, e s' insegnerà in che modo col suo ajuto s' evacuano d' aria i vasi. Ci contentiamo solamente di soggiugnere qui il come, con togliere l' aria da un vaso coll' ajuto della macchina pneumatica, si può determinare la gravità specifica dell' aria relativamente a quella dell' acqua piovana, posta = 1. Perciò 1. si prenda un vaso di rame sferico, o ellittico di sufficiente grandezza, con un collo, a cui sia applicata una chiave da chiu-

chiudere, ed aprire la comunicazione dell' aria esterna coll' interna; e coll' ajuto dell bilancia idrostatica si pesi coll' aria contenuta entro di esso nello stato naturale, stando intanto immerso nell'acqua piovana con alcuni pezzi di piombo dentro di esso, acciò sia di gravità specifica alquanto maggiore della detta acqua. 2. S' estragga coll' ajuto della macchina pneumatica dell' aria dal vaso, senza curarsi d' estrarla interamente; e si torni di nuovo a pesare il vaso nell'istess' acqua. La differenza de' due pesi determinati del vaso darà il peso dell' aria estrattane. 3. Tenendo il vaso immerso nell'acqua, e coll'apertura poco sotto la sua superficie si giri la chiave, acciò l' acqua, per la pressione dell' aria, che poggia sulla sua superficie, possa entrare nel vaso; e si chiuda poi l' istesso vaso, quando non v' entra più acqua, cioè quando l' acqua entrata ha occupato l' intero spazio, che occupava l' aria estrattane. 4. Si torni un' altra volta a pesare nella medesima acqua il vaso con tutta l' acqua, che contiene; e da sì fatto peso si sottragga il peso secondo già determinato. Il residuo darà il peso dell' acqua piovana dell' istesso volume dell' aria estrattane. 5. Si divida il peso dell'aria estratta dal vaso già determinato per peso dell' acqua dell' istesso volume anche determinato; il quoziente darà la gravità specifica dell' aria relativamente a quella dell' acqua piovana, posta = 1.

e un acino; e conseguentemente un corpo di 10 palmi cubici sarà nell' aria di mezzana densità, come se del peso suo ne avesse perduto $7^{onc.}$. $20^{trap.}$. $10^{ac.}$.

Fine del Libro terzo.

LIBRO IV.

Dell'Idraulica.

CAP. I.

Della velocità, colla quale l'acqua esce dalle luci de' vasi.

ESPERIENZA.

Fig. 10. 97. Ho preso il vaso cilindico AB di vetro, alto poco più d' un palmo, del diametro di circa mezzo palmo, e con una luce, o sia foro circolare in F di un minuto di diametro, e l'ho situato col lato procedente pel centro della luce esattamente verticale. Ho preso in oltre una liscia tavoletta MO, esattamente rettangola, e nel lato LM di tale tavoletta ho segnato da L in S dieci once. Di più per gli quattro punti S, R, Q, P, distanti l'uno dall'altro d' un'oncia, ho segnato sulla tavoletta quattro rette, perpendicolari al lato LM, e l'ho divise in once. Poscia ho adattata l'istes-

l'isteſſa tavoletta al vaſo in modo, che dal centro della luce fino ad L vi foſſero once 6, e che la vena d'acqua ſgorgante da F poteſſe muoverſi quaſi radendola. Ciò fatto, ho empito d'acqua il vaſo fino al punto L; e, aperta la luce F, ho notato immediatamente i punti C, D, E, G delle rette ſegnate ſulla tavoletta, agli quali ho oſſervato corriſpondere il mezzo della vena d'acqua, verificandoli più volte, con rimettere ſempre nel vaſo l'acqua uſcitane, acciò tali punti veniſſero notati, quando l'altezza dell' acqua ſul centro della luce non aveſſe ſenſibile differenza dall' altezza di onc. 6. Seguendo poi la vena a ſgorgare da F, quando ho oſſervato nel vaſo la ſuperficie dell' acqua giunta al punto X, due once più ſotto del punto L, ho notato nelle medeſime rette i punti H, I, K, V, agli quali ho veduto corriſpondere allora il mezzo della vena. Finalmente, ſeparata la tavoletta dal vaſo, ho miſurato tanto le rette PC, QD, RE, SG, quanto le rette PH, QI, RK, SV, e l'ho trovate, quante ſi veggono qui ſotto notate:

PC =	onc. 4 . 9	PH =	4 . 0
QD =	6 . 9	QI =	5 . 6
RE =	8 . 5	RK =	6 . 9
SG =	9 . 7	SV =	7 . 9 .

CO-

COROLLARIO I.

98. I numeri esprimenti le rette PC, QD, RE, SG sono a un di presso le radici quadrate de' prodotti, che nascono moltiplicando i numeri 1, 2, 3, 4, esprementi le rette FP, FQ, FR, FS, pel 24, che è il quadruplo del numero esprimente FL. Similmente i numeri esprimenti le rette PH, QI, RK, SV sono a un di presso le radici quadrate de' prodotti, che nascono moltiplicando gl' istessi numeri 1, 2, 3, 4, esprimenti le rette FP, FQ, FR, FS, per 16, ch' è il quadruplo del numero esprimente FX. Dunque la vena d'acqua, che sgorga dalla luce F, è sempre disposta in arco parabolico, e in arco di parabola, che ha per vertice la luce F, per asse la verticale procedente dall' istessa luce, e per parametro il quadruplo dell' altezza, che ha l' acqua nel vaso sulla medesima luce. E perciò ogni parte di acqua esce dalla luce F, colla velocità, che acquista ogni corpo colla libera discesa per l' altezza, che ha nel vaso l' acqua sulla luce nel momento della sua uscita.

CO-

COROLLARIO II.

99. Quindi, se in un vaso si mantiene l'acqua sempre all'istessa altezza, con riceverne tanta sempre dalla parte superiore, quanta ne sgorga dalla sua luce, le parti, che successivamente escono dalla luce, escono tutte coll' istesso grado di velocità. E perciò nel tempo, che un corpo scenderebbe liberamente per l' altezza costante dell' acqua sulla luce, la vena, che passa per la luce, passandovi in tale caso con moto equabile, deve avere una lunghezza doppia della detta altezza (§127 *del tom.* 8).

COROLLARIO III.

100. Se poi l'altezza dell' acqua nel vaso si va successivamente diminuendo, la velocità delle parti, che vanno successivamente uscendo dalla luce, si va anche successivamente diminuendo, a proporzione che si va successivamente diminuendo la radice dell' altezza dell' acqua nel vaso sulla luce.

COROLLARIO IV.

101. Se da due luci diverse di un'istesso vaso, o di due vasi diversi escono due

vo-

vene d' acqua, le velocità delle parti nell' uscire da tali luci sono sempre nella ragione delle radici delle altezze dell' acqua sulle medesime luci nel momento, che escono.

COROLLARIO V.

Fig. 11. 102. Sia ABCD un vaso con una picciola luce F. Esprima FP un'altezza di pal. 18. 57, quant' è l'altezza, per cui ogni corpo liberamente vi discende dalla quiete in 1" (§ 123 *del tom.* 8); ed esprima altresì PM la lunghezza della vena d'acqua, che può in 1" uscire da F, quando l'acqua si mantiene nel vaso AC all'altezza costante FP sulla luce F. Sarà PM = 2PF (§ *99*). S' intenda descritta la parabola FMT, che abbia per asse FA, per vertice F, e per ordinata all' asse corrispondente all' ascissa FP la retta PM. Sarà il parametro di tale parabola il doppio di PM (§ 16 *del tom. 6*), o il quadruplo di PF, e conseguentemente sarà di pal. 74. 28. S' intendano di più tirate nella parabola FMT quante ordinate si vogliono QN, RS, ec. all' asse FA. Essendo le rette QN, PM, RS, ec. nella ragione delle radici di FQ, FP, FR, ec. (§ 16 *del tom. 6*); saranno QN, PM, RS nella ragione delle velocità, colle quali uscirà l' acqua da F, quando le sue altezze nel vaso AC su F saranno rispettivamente FQ, FP, FR, ec., e conseguentemen-

mente nella ragione delle lunghezze delle vene, che sgorgheranno in 1" da F, quando le altezze costanti dell' acqua nel vaso sulla luce F saranno rispettivamente FQ, FP, FR, ec.. Ma PM dinota la lunghezza della vena, che sgorga da F in 1", quando l' altezza costante dell' acqua nel vaso su F è PF. Dunque QN, RS, ec. dinoteranno le lunghezze delle vene, che sgorgheranno da F in 1", quando le altezze costanti dell' acqua nel vaso AC su F saranno rispettivamente QF, RF, ec..

COROLLARIO VI.

103. Sicchè, data l'altezza costante dell' acqua sulla luce, si determina la lunghezza della vena, che sgorga in 1", con estarre la radice quadrata dal prodotto della data altezza moltiplicata per pal. 74. 28; e, data la lunghezza della vena, che sgorga in 1", si determina l' altezza costante dell' acqua sulla luce, con dividere il quadrato della lunghezza data della vena pure per pal. 74. 28.

AVVERTIMENTO I.

104. Si noti che prenderemo sempre in sì fatte determinazioni il parametro della parabola FMT non di pal. 74. 28, ma di pal. 74, per compensare alquanto le dimi-

nuzioni delle velocità, che soffrono le parti dell'acqua nell'uscire dalle luci de' vasi dalle resistenze, che incontrano. Onde, se l'altezza costante dell'acqua sulla luce sarà di pal. 8, la lunghezza della vena, che sgorgherà in 1'', sarà a un di presso di pal. $\sqrt{74 \times 8} = \sqrt{592}$, cioè di 24$^{pal.}$. 3$^{onc.}$. 4$^{min.}$. Se poi la lunghezza della vena, che sgorga in 1', sarà di 20$^{pal.}$. 7$^{onc.}$. 3$^{min.}$, l'altezza costante dell'acqua sulla luce sarà a un di presso $\frac{1}{74}$ (20$^{pal.}$. 7$^{onc.}$. 3$^{min.}$)^2, cioè di 5$^{pal.}$. 9$^{onc.}$.

AVVERTIMENTO II.

105. Si noti pure che s' è data all'acqua nel vaso picciola altezza nell'isperienza addotta, acciò fosse ella uscita dalla luce con picciola velocità, vale a dire con velocità da non ricevere dalle resistenze detrimento sensibile. Del resto quanto s' è ricavato da tale sperienza viene assai bene confirmato dagli famosi sperimenti idraulici, fatti dall' illustre Francesco Domenico Michelotti, professore di Matematica nella Regia Università di Turino, con Regale profusione, e magnificenza.

AV-

AVVERTIMENTO III.

106. Nello stabilire la legge della velocità, colla quale l'acqua sgorga dalle luci de' vasi, ho amato ricorrere all'esperienza anzi, che alle dimostrazioni dateci, benchè per vie diverse, dal Newton, e dal Varignone; perchè di sì fatte dimostrazioni una mi sembra appoggiata a una supposizione, che non s'accorda colla Natura, e l'altra mi sembra difettosa. Ripetono la velocità dell' acqua nell' uscire dalla luce d'un vaso il Newton dalla caduta libera delle sue parti per l'altezza, che ha l'acqua sulla luce, formando nel cadere nel mezzo dell' acqua contenuta nel vaso una figura a imbuto, che chiama *cateratta*, e 'l Varignone dalla pressione della colonna soprastante alla medesima luce. Suppone il Newton che gli strati orizzontali d'acqua, contenuti nello spazio della cateratta, in aprirsi la luce, incomincino dalla quiete a muoversi, spinti dalle sole loro gravità, senza che vi abbia parte la pressione, e che nel discendere fino alla luce per uscire da essa, non premendosi l'un l'altro, vi scendino liberamente. Se ciò fosse I. s' osserverebbe in aprirsi la luce la velocità nelle parti, che vanno successivamente uscendo da essa, andare per gradi crescendo, finchè verrebbero ad uscire quelle parti, che caderebbero per l'intera al-

altezza, che ha l' acqua sulla luce. Il che è falso, non osservandosi le prime gocce andare a minore distanza delle seguenti. II. In aprirsi la luce cesserebbe l' acqua contenuta nello spazio della cateratta di premere l'altra, che resterebbe intorno di lei, e quest'altra, perdendo il suo equilibrio, turbarebbe la discesa libera di quella. III. Se un vaso fosse pieno in parte di mercurio, e in parte d'acqua, e si facesse evacuare per una luce fatta nel fondo; si dovrebbe osservare prima uscire una porzione del mercurio, indi tutta l'acqua, e finalmente il restante del mercurio. Però, avendo io voluto osservare ciò coll' acqua, e l'olio, ho osservato non uscire una goccia d' olio, se prima non è uscita tutta l'acqua. Da tutto ciò si può facilmente dedurre che la supposizione, alla quale il Newton appoggia la detta sua dimostrazione, non s'accorda colla Natura. Il Varignone poi dimostra assai bene, supposta l'acqua in un vaso ora a un' altezza, e ora a un'altra, che per cagione delle pressioni delle colonne soprastanti alla luce le faldette, che escono in istanti uguali di tempo, debbono uscire con velocità proporzionali alle radici delle altezze delle dette colonne. Però non dimostra egli, nè può dimostrare che tali velocità sono quelle appunto, che i corpi acquistano scendendo liberamente per le medesime altezze. Nè dimostra che, incominciato il moto nell' ac-

acqua, la pressione segue a fare azione nel modo, che la fa, passando il fluido dalla quiete al moto. Nè finalmente dimostra che la pressione laterale non contribuisce a spremere, per così dire, l'acqua fuori della luce. Dunque la dimostrazione del Newton è appoggiata a una supposizione, che non s'accorda colla natura, e quella del Varignone è difettosa.

AVVERTIMENTO IV.

107. Sono persuaso che la pressione sia quella, che caccia l'acqua dalla luce d'un vaso colla detta velocità: anzi, avendo dimostrato il Signor Jurino in una dissertazione, riferita al n. 373 delle Transazioni filosofiche della Società Regia d'Inghilterra, essere la pressione verticale la metà di quella forza necessaria a cacciar l'acqua fuori della luce colla detta velocità, sono persuaso che vi contribuisce non meno la pressione laterale della verticale. Però sono persuaso nel tempo istesso che, essendoci ignoto il meccanismo delle parti de' fluidi, con cui si premono vicendevolmente, non si potranno mai nè la pressione laterale de' fluidi, nè la quantità di tale pressione, nè la legge della velocità, colla quale i fluidi sgorgano dalle luci de' vasi per altra strada conoscere, se non per quella dell'esperienze.

AVVERTIMENTO V.

108. Si noti che, essendo la pressione quella, che caccia i fluidi dalle luci de' vasi, non ne segue, come credono taluni, tra' quali il Belidoro nella sua Architettura idraulica, che il mercurio, come circa 13 volte, e $\frac{1}{2}$ più grave specificamente dell'acqua, debba uscire dalla luce d' un vaso con velocità circa 13 volte, e $\frac{1}{2}$ maggiore di quella, colla quale esce l' acqua dall' istessa luce, quando ha ella nel vaso l' istessa altezza del mercurio; che anzi deve uscire coll' istessa velocità. Imperciocchè la quantità di materia, che viene cacciata in un istante di tempo dalla luce, quando nel vaso v'è il mercurio, deve essere alla quantità di materia, che viene cacciata dall' istessa luce, quando nel vaso v'è l' acqua all' istessa altezza, come la forza premente nel primo caso alla forza premente nel caso secondo, o come circa 13 $\frac{1}{2}$: 1. Ma i corpi spinti da forze, proporzionali alle loro quantità di materie, acquistano velocità uguali. Dunque coll' istessa velocità deve il mercurio uscire dalla luce d'un vaso, che uscirebbe l'acqua, se avesse nel vaso la medesima altezza del mercurio. Il che viene confirmato da un'esperienza fatta dal famoso Guiglielmini, che riempì un vaso ora di mercurio, e ora d' acqua, e notò i tempi, ne' quali in ambi i casi si eva-

evacuò il vaso per una sua luce fatta nel fondo, che furono trovati uguali. Del resto ciò, che s'è detto del mercurio, si deve intendere anche di tutti gli altri fluidi dell' istessa densità da per tutto. E perciò tutt' i fluidi dell' istessa densità da per tutto sono spinti fuori delle luci de' vasi colle velocità, che acquistano i corpi cadendo liberamente per le altezze, che hanno i medesimi fluidi sulle luci; e se si trovano de' fluidi, che non ubbidiscono a tale legge, deriva in essi sì fatta mancanza dal lentore, o forza di coesione delle loro parti, che diminuisce in esse la velocità impressa loro dalla pressione.

AVVERTIMENTO VI.

109. Si tino di vantaggio che, se il vaso AC contiene mercurio fino a Q, e acqua da Q fino ad A, ed è l' altezza FQ d' un palmo, e l' altezza QA di pal. 13. 57; aperta la luce F, deve il mercurio uscire da lei colla velocità, che uscirebbe, se il vaso non contenesse, se non se mercurio all'altezza di 2 palmi sulla luce. Perchè l' acqua dell' altezza di pal. 13. 57 fa l' istessa pressione, che farebbe il mercurio dell' altezza d' un palmo. Il che dimostra evidentemente essere l' uscita del fluido fuori della luce d' un vaso effetto della pressione di quello, ch'è nel vaso, e non d' altra cagione. Fig. 11.

AVVERTIMENTO VII.

110. Si noti finalmente che, derivando la velocità, colla quale escono i fluidi dalle luci de' vasi, dalla pressione, o che una luce sia nel fondo d' un vaso, o che sia nella sua superficie laterale, la velocità, colla quale uscirà da lei il fluido, sarà l' istessa, se l' istessa sarà l' altezza del fluido in ambi 'i casi sulla luce. Però quando la luce è in un piano orizzontale, perchè tutti i suoi punti sono in tale caso ugualmente distanti dalla superficie del fluido, da tutt' i suoi punti sgorga il fluido coll' istessa velocità. Se poi la luce non è in un piano orizzontale, e ha punti, che hanno distanze dalla superficie del fluido di considerabile differenza; in tale altro caso sgorga il fluido dagli punti di diversa distanza dalla sua superficie, con gradi diversi di velocità. La Geometria ci somministra i mezzi di potere in tale caso determinare una velocità, colla quale se da tutti gli punti sgorgasse il fluido, uscirebbe dalla luce nel medesimo tempo l' istessa quantità di fluido, che n' esce, sgorgando dagli diversi punti con gradi diversi di velocità. Una sì fatta velocità viene chiamata *velocità mezzana*. Del resto ci contentiamo qui d' insegnare il modo di determinare la velocità mezzana relativamente alle luci rettangole, e verticali

cali solamente, per evitare i calcoli sublimi, de' quali v'è bisogno nelle simili determinazioni relativamente a tutte le altre luci. Perciò sia il

PROBL. I.

111. *Sia nel piano verticale PM del vaso LM la luce rettangola ABCD, e sia il vaso LM interamente pieno d'acqua; determinare della vena, che sgorga da ABCD, la velocità mezzana.* Fig. 12.

Soluzione.

Si prolunghi BC in E fino alla superficie dell'acqua, e intorno all'asse BE s'intenda descritta la parabola EGF col parametro di pal. 74. S'intendano in oltre dagli punti B, e C tirate nella parabola EGF le ordinate BF, CG all'asse EB. Limiterà l'arco parabolico FG tutte le ordinate di tale parabola, che dinotano le lunghezze delle vene, che in 1'' uscirebbero dalle parti infinitamente picciole della luce ABCD, se ella fosse con rette parallele ad AB divisa in rettangoli d'altezze uguali, e infinitamente picciole. S'intenda pure essere l'ordinata HI quella, che disegna la lunghezza della vena, che uscirebbe in 1'' dall'istessa luce ABCD, se da tutti gli suoi punti sgorgasse l'acqua colla velocità mezzana; e s'inten-

da finalmente fatto il rettangolo BK. Il solido, che avrà per base lo spazio parabolico BCGF, e per altezza CD, dinoterà la quantità d'acqua, che uscirà in 1″ dalla luce ABCD, e 'l solido, che aurà per base il rettangolo BK, e per altezza l'istessa CD, dinoterà la quantità d'acqua, che in 1″ uscirebbe dalla medesima luce, se da tutti i suoi punti uscisse colla velocità mezzana. Dunque, dovendo essere tali quantità uguali, uguali saranno i due detti solidi; e perciò lo spazio parabolico BCGF è uguale al rettangolo BK, e conseguentemente HI è uguale allo spazio parabolico BCGF diviso per BC. Per la qual cosa, se lo spazio parabolico BCGF si divide per l'altezza BC della luce, il quoziente dà la lunghezza HI della vena, che uscirebbe in 1″ dalla luce, se da tutti gli suoi punti uscisse colla velocità mezzana, e conseguentemente dà la velocità mezzana cercata. Ch' è ciò, che bisognava determinare.

COROLLARIO I.

112. Essendo lo spazio parabolico BCGF $= \frac{2}{3} BF \times BE - \frac{2}{3} CG \times CE = \frac{2}{3} (BF \times BE - CG \times CE)$ (§ 49 *del tom.* 6); sarà la velocità mezzana $HI = \frac{2}{3BC} (BF \times BE - CG \times CE) = \frac{2}{3BC}$ (BE

$(BE\sqrt{BE \times 74} - EC\sqrt{EC \times 74})$.
Misurate adunque l' altezza BC della luce, e le distanze de' punti B, e C dalla superficie dell' acqua, colla formola trovata si determina la velocità mezzana cercata. Così se sarà BC di 2 pal., e CE di pal. 12; sarà BE di pal. 14. Essendo $\sqrt{BE \times 74} = 32.\ 18$, e $\sqrt{EC \times 74} = 29.80$; sarà $BE\sqrt{BE \times 74} - EC\sqrt{EC \times 74} = 450.\ 52.\ - 357.\ 60 = 92.\ 92$, e $\frac{2}{3BC}(BE\sqrt{BE \times 74} - EC\sqrt{EC \times 74}) = \frac{1}{3}(92.\ 92) = 30.\ 973$, e conseguentemente la velocità mezzana HI = 30 pal. 11 onc. 3 min.

COROLLARIO II.

113. Se la luce giugnerà fino alla superficie del fluido, sarà allora BC = BE, ed EC = o. Onde sarà $HI = \frac{2}{3}\sqrt{BE \times 74} = \frac{2}{3} BF$; cioè la velocità mezzana sarà $\frac{2}{3}$ di quella, colla quale escono dalla luce le parti, che hanno la massima velocità.

COROLLARIO III.

114. In oltre, essendo $HI = \frac{2}{3BC}$ (EB $\sqrt{EB}$

$\sqrt{EB\times 74}$ — EC $\sqrt{EC\times 74}$), e BF $= \sqrt{EB\times 74}$, sarà EB $\times$ 74 : $\frac{4}{9BC^2}$ $(EB\sqrt{EB\times 74} - EC\sqrt{EC\times 74})^2 =$ EB: EH. Sicchè EH $= \frac{4}{9BC^2}$ $(EB\sqrt{EB} - EC\sqrt{EC})^2$. E perciò, se con questa formola si determina EH, la velocità, colla quale esce il fluido dalla luce alla distanza EH dalla superficie dell' istesso fluido, è la velocità mezzana cercata.

COROLLARIO IV.

115. Se finalmente la luce giugne fino alla superficie del fluido, è allora EH $= \frac{4}{9BE^2}$ $(BE^3) = \frac{4}{9}$ BE. Sicchè la velocità mezzana in tale caso è quella, colla quale esce il fluido alla distanza di $\frac{4}{9}$ dalla sua superficie.

AVVERTIMENTO.

116. Si noti che relativamente alle luci verticali di figura circolare si può senza errore sensibile nella pratica prendere per velocità mezzana quella, colla quale esce l' acqua dal centro, massimamente quando il diametro della luce è picciola per rispetto dell' altezza dell'acqua sull' istesso centro.

CAP.

CAP. II.

Del modo di calcolare le quantità d'acqua, che escono dalle luci de' vasi in tempi dati, qualora le altezze dell'acqua ne' vasi si mantengono costanti; e delle ragioni, che hanno tra loro sì fatte quantità.

TEOR. I.

117. *La quantità d' acqua, che in un tempo dato sgorga dalla luce d' un vaso, in cui l' acqua si mantiene sempre all' istessa altezza, è uguale al prodotto, che nasce moltiplicando insieme la grandezza della luce, il numero de' minuti secondi componenti il tempo dato, e la lunghezza della vena, che uscirebbe in 1" dall' istessa luce colla velocità mezzana.*

DIMOSTRAZIONE.

Essendo l'acqua nel vaso sempre all' istessa altezza, in ogni minuto secondo uscirà dal-

dalla luce una quantità uguale al ſolido, che naſce moltiplicando la grandezza della luce per la lunghezza della vena, che ſgorgherebbe in 1". colla velocità mezzana. Dunque nel tempo dato ne uſcirà, quanto ne dinota la detta quantità tante volte preſa, quante volte il diſegna il numero de' minuti ſecondi componenti il tempo dato. E perciò la quantità d'acqua, che in un tempo dato ſgorga dalla luce d'un vaſo, in cui l'acqua ſi mantiene ſempre all' isteſſa altezza, è uguale al prodotto, che naſce moltiplicando inſieme la grandezza della luce, il numero de' minuti ſecondi componenti il tempo dato, e la lunghezza della vena, che uſcirebbe in 1" dall' isteſſa luce colla velocità mezzana. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

118. Sia la luce circolare, e ſi chiamino C la grandezza della luce, A l'altezza dell' acqua ſul centro dell' isteſſa luce, T il tempo dato in minuti ſecondi, e Q la quantità d'acqua, che ſgorga dalla luce nel tempo dato. Eſſendo la lunghezza della vena, che ſgorgherebbe in 1" da sì fatta luce colla velocità mezzana $= \sqrt{A \times 74}$ (§ 104); ſarà $Q = CT\sqrt{A \times 74}$. E perciò, ſe ſaran-

ranno C d' un' oncia quadrata, o di $\frac{1}{144}$ di pal. quadrato, l' altezza A di pal. 8, e'l tempo dato T di mezz' ora, o di 1800"; essendo $\sqrt{A \times 74} = \sqrt{592} =$ pal. 24.331, sarà la quantità d' acqua, che uscirà da sì fatta luce nel tempo dato $= \frac{1}{144} \times 1800 \times 24.331$, cioè di pal. cubici 304.1375, ovvero di pal. cub. 304, onc. cubiche 237, e 75 min. cubici.

COROLLARIO II.

119. Essendo $Q = CT\sqrt{A \times 74}$, saranno $C = \frac{Q}{T\sqrt{A \times 74}}$, $T = \frac{Q}{C\sqrt{A \times 74}}$, $A = \frac{1}{74}\left(\frac{Q}{CT}\right)^2$. E' chiaro dunque in che modo si possono determinare 1. la grandezza della luce, per sgorgare da lei in un tempo dato, e con una data altezza d'acqua sul centro una data quantità d' acqua, 2. il tempo necessario per sgorgare da una luce data, e con una data altezza d' acqua sul suo centro una data quantità d' acqua, e 3. finalmente l' altezza, che deve avere l' acqua sul centro della luce, per sgorgare da una da-

data luce, e in un dato tempo una data quantità d'acqua.

COROLLARIO III.

120. Sia per rispetto d'un altro vaso, che pure mantiene l'acqua sempre all'istessa altezza, c la grandezza della luce circolare, t il tempo in minuti secondi, a l'altezza dell'acqua sul centro della luce, e q la quantità d'acqua, che sgorga da tale luce nel tempo t. Sarà pure $q = ct\sqrt{a \times 74}$. Onde sarà $Q : q = CT\sqrt{A \times 74} : ct\sqrt{a \times 74} = CT\sqrt{A} : ct\sqrt{a}$; cioè le quantità d'acque saranno in ragione composta dalle ragioni delle grandezze delle luci, de' tempi, e delle radici delle altezze costanti dell'acqua su i centri delle luci. E perciò saranno pure $C : c = \frac{Q}{T\sqrt{A}} : \frac{q}{t\sqrt{a}}$, $T : t = \frac{Q}{C\sqrt{A}} : \frac{q}{c\sqrt{a}}$, e $A : a = \left(\frac{Q}{CT}\right)^2 : \left(\frac{q}{ct}\right)^2$.

AVVERTIMENTO.

121. Le osservazioni hanno fatto conoscere che nelle vene d'acqua, che escono dalle

dalle luci de' vasi, massimamente quando sono fatte in lastre sottili, v'è un notabile ristrignimento, che si palesa a picciola distanza dalle istesse luci; e le isperienze hanno fatto conoscere che la quantità effettiva d'acqua, ch' esce da una luce in qualunque tempo dato, per le resistenze, che incontra nell'uscire, corrisponde non alla grandezza della luce, ma a quella della sezione della vena nel sito del massimo ristrignimento. Il Newton, che fu il primo ad osservare il detto ristrignimento di vena, determinò essere il diametro della luce, fatta in sottile lastra, al diametro della vena nel sito del massimo ristrignimento a un di presso nella ragione di 25 : 21. Il Michelotti da una moltitudine d' isperienze ha ricavato essere la grandezza della luce a quella della sezione della vena nel sito del massimo ristrignimento a un di presso nella ragione di 18 : 11, quando la luce è fatta in sottile lastra, e nella ragione di 324 : 265, o di 18 : 14, ovvero di 9 : 7, quando alla luce si è adattato un cannello della lunghezza di due diametri, e mezzo della luce. Sicchè per avere determinazioni corrispondenti alle quantità effettive d' acqua, che escono dalle luci de' vasi, nell' equazioni già stabilite al § 119 conviene in vece di C mettere in un caso $\frac{11}{18}$ C, e nell' altro caso $\frac{7}{9}$ C; e s' avranno in un caso $Q = \frac{11}{18} CT$
$\sqrt{A}$

$\sqrt{A \times 74}$, $C = \dfrac{18Q}{11T\sqrt{A \times 74}}$, $T = \dfrac{18Q}{11C\sqrt{A \times 74}}$; e $A = \frac{1}{74}\left(\dfrac{18Q}{11CT}\right)^2$, e nell' altro caso $Q = \frac{7}{9}\, CT\sqrt{A \times 74}$, $C = \dfrac{9Q}{7T\sqrt{A \times 74}}$, $T = \dfrac{9Q}{7C\sqrt{A \times 74}}$, e $A = \frac{1}{74}\left(\dfrac{9Q}{7CT}\right)^2$.

CAP.

CAP. III.

Della legge della velocità; colla quale si va abbassando la superficie dell' acqua in qualunque vaso, qualora si evacua per una sua luce; e de' principali problemi, che occorrono nella pratica relativamente all' evacuazioni de' vasi prismatici, e cilindrici.

TEOR. II.

122. *Sia qualunque vaso AOB pieno d' acqua fino ad AB, e si vada evacuando per la luce O. Dico che le velocità, colle quali si va movendo la superficie dell' acqua ne' diversi momenti uguali, componenti il tempo dell' evacuazione, sono tra loro in ragione composta dalla diretta di quella delle radici delle altezze, che ha l' acqua sulla luce in tali momenti, e dalla reciproca di quella delle grandezze dell' istessa superficie ne' medesimi momenti.* Fig. 13.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

S'intenda la ſuperficie dell'acqua nel primo momento dell'evacuazione abbaſſarſi dal ſito AB al ſito CD, e in qualunque altro momento abbaſſarſi da qualunque altro ſito EF al ſito GH. Dal centro O della luce s'intenda ſulla ſuperficie AB calata la perpendicolare OP. Saranno le altezze PQ, RS infinitamente picciole, e proporzionali alle velocità della ſuperficie ne' momenti delle diſceſe per PQ, RS; e gli ſpazj, che ſi evacuano ne' medeſimi momenti, ſi potranno ſenza errore ſenſibile prendere come piccioli priſmi, o cilindri. Ed eſſendo PQ, RS infinitamente picciole, ſi potranno le altezze dell' acqua ſulla luce O, duranti i medeſimi momenti, prendere come coſtanti. Onde le quantità d'acqua, che eſcono dalla luce O in sì fatti momenti, ſono nella ragione di $\sqrt{OP} : \sqrt{OR}$ (§ 120). Sono anche le medeſime quantità nella ragione compoſta da quella delle ſuperficie AB, EF, e da quella delle altezze PQ, RS, ovvero nella ragione di $AB \times PQ : EF \times RS$. Dunque $AB \times PQ : EF \times RS = \sqrt{OP} : \sqrt{OR}$; e perciò $PQ : RS$

$$= \frac{\sqrt{OP}}{AB} : \frac{\sqrt{OR}}{EF}.$$

Per la qual coſa le velo-

locità, colle quali la superficie dell' acqua si muove ne' momenti delle discese per PQ, RS, sono in ragione composta dalla diretta di quella delle radici delle altezze, che ha l'acqua sulla luce O in tali momenti, e dalla reciproca di quella delle grandezze dell' istessa superficie ne' medesimi momenti. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

123. Se il vaso sarà prismatico, o cilindrico, la superficie dell' acqua sarà sempre dell' istessa grandezza. E perciò la velocità, colla quale anderà scendendo la superficie in tale caso, si anderà diminuendo a proporzione, che si anderà diminuendo la radice dell' altezza dell' acqua sulla luce. Per la qual cosa nell' evacuazione d' un vaso prismatico, o cilindrico la superficie dell' acqua discende con moto uniformemente ritardato.

COROLLARIO II.

124. Quindi il tempo, che impiega la superficie dell' acqua, nel evacuarsi un vaso prismatico, o cilindrico per una luce fatta nel fondo, a scendere fino al fondo, o sia il tempo dell' intera evacuazione è il doppio di quello, che impiegherebbe l'istessa superficie per giugnere fino al fondo con mo-

 to

to equabile, e col grado di velocità costante, con cui incomincia a muoversi, qualora si evacua; ovvero è il doppio di quello, che vi bisogna per uscire dall' istessa luce la quantità di fluido, che racchiude il vaso, mantenendosi però il vaso costantemente pieno. Sicchè se si determina il tempo, in cui deve uscire dalla luce esistente nel fondo d'un vaso prismatico, o cilindrico, mantenuto costantemente pieno d'acqua, la quantità, che ne racchiude il vaso, il doppio dà il tempo dell' intera evacuazione del medesimo vaso.

COROLLARIO III.

125. Chiamando Q la quantità d'acqua contenuta in un vaso prismatico, o cilindrico, C la semplice luce fatta nel fondo del vaso, A l'altezza dell' acqua sulla luce, e T il tempo in minuti secondi, in cui può uscire dalla luce C la quantità d'acqua Q, mantenendosi l' acqua nel vaso sempre all' istessa altezza; sarà $T = \frac{18Q}{11C\sqrt{A \times 74}}$ (§121). Dunque, se con T si contrassegna il tempo dell' evacuazione del vaso, sarà sì fatto tempo $T = \frac{36Q}{11C\sqrt{A \times 74}}$: anzi

per-

perchè, posta la base del vaso = B, è Q = A×B, sarà il tempo dell'evacuazione $T = \frac{36A\times B}{11C\sqrt{A}\times 74} = \frac{36B\sqrt{A}}{11C\sqrt{74}}$, e conseguentemente $C = \frac{36B\sqrt{A}}{11T\sqrt{74}}$.

COROLLARIO IV.

126. Essendo il tempo $T = \frac{36B\sqrt{A}}{11C\sqrt{74}}$, e la luce $C = \frac{36B\sqrt{A}}{11T\sqrt{74}}$; se per rispetto d'un altro vaso prismatico, o cilindrico, pieno pure d'acqua, saranno la base = b, la luce = c, l'altezza dell'acqua sulla luce = a, e'l tempo dell'evacuazione = t; saranno anche $t = \frac{36b\sqrt{a}}{11c\sqrt{74}}$, e $c = \frac{36b\sqrt{a}}{11t\sqrt{74}}$. Onde saranno $T : t = \frac{B\sqrt{A}}{C} : \frac{b\sqrt{a}}{c}$, e $C : c = \frac{B\sqrt{A}}{T} : \frac{b\sqrt{a}}{t}$. E percio, se saranno B = b, e C = c, sarà $T : t = \sqrt{A} : \sqrt{a}$, ovvero $T^2 : t^2 = A : a$. Similmente

 se

se saranno $B = b$, e $T = t$, sarà $C : c = \sqrt{A} : \sqrt{a}$.

COROLLARIO V.

127. Scendendo in oltre in ogni vaso prismatico, o cilindrico la superficie dell' acqua, qualora si evacua, con moto uniformemente ritardato; se il tempo dell' intera evacuazione si dividerà in parti uguali, gli spazj, che si anderanno successivamente evacuando in sì fatte parti, procederanno come i numeri dispari, presi in ordine contrario; vale a dire che se il detto tempo si dividerà in 5 parti uguali, si evacueranno nella prima di sì fatte parti spazio 9, nella seconda spazio 7, nella terza spazio 5, nella quarta spazio 3, e nell' ultima spazio 1.

COROLLARIO VI.

128. Sia il vaso AOB un conoide parabolico, descritto dalla mezza parabola APO, mossa intorno all' asse PO. Sarà la velocità della superficie dell' acqua nel momento, che parte dal sito AB, alla velocità, che ha nel momento, che parte da qualunque altro sito EF, nella ragione di $\frac{\sqrt{OP}}{AB} : \frac{\sqrt{OR}}{EF}$, e perciò nella ragione di $\frac{\sqrt{OP}}{OP} : \frac{\sqrt{OR}}{OR}$, e con-

conseguentemente di $\sqrt{RO} : \sqrt{OP}$. Sicchè in tale caso la velocità della superficie va crescendo a proporzione, che si diminuisce la radice dell'altezza dell'acqua sulla luce. Onde la superficie in tale caso scende di moto accelerato.

COROLLARIO VII.

129. Sia finalmente il vaso AOB un conoide parabolico, descritto dalla mezza parabola APO, detta dagli Geometri di quarto genere, cioè dalla mezza parabola APO tale, che le quarte potenze delle ordinate AP, ER, ec. all'asse OP sieno nella ragione delle ascisse corrispondenti OP, OR, ec.. Sarà la velocità della superficie dell'acqua nel momento, che parte dal sito AB, alla velocità, che ha nel momento, che parte da qualunque altro sito EF nella ragione di $\frac{\sqrt{OP}}{AB} : \frac{\sqrt{OR}}{EF}$, e perciò nella ragione $\frac{AP^2}{AP^2} : \frac{ER^2}{ER^2}$, o di 1 : 1. Sicchè in tale caso la superficie scende di moto equabile.

AVVERTIMENTO.

130. Premesse tali cose, è facile ora a

sciorre più problemi, che occorrono nella pratica relativamente all' evacuazioni de' vasi prismatici, e cilindrici. Perciò sia il

PROBL. II.

131. *Date per rispetto d' un vaso prismatico, o cilindrico, che sia pieno d' acqua, e che debba evacuarsi per una luce esistente nel suo fondo, la base del vaso, l' altezza dell' acqua sulla luce, e la grandezza della luce; determinare il tempo dell' intera evacuazione.*

SOLUZIONE.

Si mettano nella formola $T = \frac{36B\sqrt{A}}{11C\sqrt{74}}$ del § 225 in vece di A, B, C i loro valori dati. S' avrà in tale modo il tempo cercato.

ESEMPIO.

Sieno l' altezza dell' acqua sulla luce di 16 pal., la base del vaso di 5 pal. quadrati, e la grandezza della luce di un' oncia quadrata, o di $\frac{1}{144}$ di pal. quadrato. Saranno $A = 16$, $B = 5$, $C = \frac{1}{144}$. Dunque il

il tempo cercato $T = \frac{36 \times 5 \times 4}{11 \times \frac{1}{144} \times 8.602} =$ 18'. 15".

PROBL. III.

132. *Date per rispetto d'un vaso prismatico, o cilindrico, che sia pieno d'acqua, e che debba evacuarsi per una luce fatta nel fondo, la base, l'altezza dell'acqua sulla luce, e 'l tempo dell'intera evacuazione, determinare la grandezza della luce.*

SOLUZIONE.

Si mettano nella formola $C = \frac{36B\sqrt{A}}{11T\sqrt{74}}$ del § 225 in vece di A, B, T i loro dati valori. S'avrà in tal modo la grandezza cercata della luce.

ESEMPIO.

Sieno l'altezza dell'acqua sulla luce di pal. 16, la base del vaso di 5 pal. quadrati, e 'l tempo dell'evacuazione di 12', o di 720". Saranno $A = 16$, $B = 5$, e $T = 720$. Dunque la grandezza della luce $C = \frac{36 \times 5 \times 4}{11 \times 720 \times 8.602} = \frac{1}{94.622}$ di pal.

 qua-

quadrato, ovvero uguale ad onc. quad. 15. 21.

PROBL. IV.

133. *Date per rispetto d' un vaso prismatico, o cilindrico, che sia pieno d' acqua, e che debba in parte evacuarsi per una luce esistente nel fondo, la base del vaso, l' altezza dell' acqua sulla luce, e la grandezza della luce; determinare il tempo, in cui potrà sgorgare dalla luce una data porzione di sì fatta acqua.*

Soluzione.

1. Si determini l' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso; e toltane da lei la porzione data, si noti la porzione restante.

2. Si determini il tempo dell'intera evacuazione del vaso.

3. Si trovi in ordine all'intera quantità dell' acqua contenuta nel vaso, alla notata porzione restante, e al quadrato del tempo dell' intera evacuazione del vaso il quarto proporzionale. Darà sì fatto quarto proporzionale il quadrato del tempo, in cui sgorgherebbe dalla luce la notata porzione restante.

4. S' estragga dal quarto proporzionale trovato la radice quadrata, e tale radice si sottragga dal tempo dell' intera evacuazione.

Il residuo, che s'avrà, darà il tempo cercato.

La

La ragione di ciò facilmente s' intende per le cose già dimostrate.

ESEMPIO.

Sieno la base del vaso di pal. quadrati 5, l' altezza dell' acqua sulla luce di pal. 16, la grandezza della luce di un' oncia quadrata, e la quantità data d' acqua da sgorgare di pal. cubici 36. Essendo l' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso di 80 pal. cubici, e 'l tempo dell' intera evacuazione del vaso di 18'. 15", o di 1095"; se si fa 80 : 80 —36 = $(1095)^2$ al quarto proporzionale, il quarto proporzionale da' 659463, la cui radice quadrata è 812", ovvero 13'. 32". Sicchè, sottratto dal tempo 18'. 15" il tempo 13'. 32", si ha il tempo cercato di 4'. 43".

PROBL. V.

134. *Date per rispetto d' un vaso prismatico, o cilindrico, che sia pieno d' acqua, e con una luce nel fondo, la grandezza del fondo, l' altezza dell' acqua sulla luce, e la grandezza della luce; determinare la quantità d' acqua da sgorgare da tale luce in un tempo dato, che sia minore del tempo dell' intera evacuazione del vaso.*

SOLUZIONE.

1. Si determini l' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso.

2. Si determini il tempo dell' intera evacuazione del vaso; e, sottrattone il tempo dato, si noti il tempo restante.

3. Si determini in ordine al quadrato del tempo dell' intera evacuazione, al quadrato del notato tempo restante, e all' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso il quarto proporzionale. Darà sì fatto quarto proporzionale l' eccesso dell' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso sulla quantità cercata.

4. Si sottragga dunque il quarto proporzionale determinato dall' intera quantità d' acqua contenuta nel vaso.

Il residuo darà la quantità cercata.

CAP. IV.

De' Zampilli.

TEOR. III.

Fig. 14. 135. *Sia AB una conserva, in cui l' acqua si mantiene sempre all' istessa altezza, e sia CDEF un canale curvo con una luce in F,* da

da cui verticalmente ſgorga un zampillo. Dico che il zampillo, ſe non ſoffriſſe reſiſtenza nel ſgorgare dalla luce, e nel ſollevarſi in alto, s' innalzerebbe fino al piano orizzontale, in cui ſi mantiene nella conſerva la ſuperficie dell' acqua.

DIMOSTRAZIONE.

Conſervandoſi l'acqua nella conſerva ſempre alla medeſima altezza, la preſſione ſpignerà ſempre le parti dell' acqua, che ſi preſentano alla luce F, per uſcirne da lei, colla velocità, che ognuna di eſſe acquiſterebbe colla libera diſceſa per l'altezza, che ha ſulla piano della luce, la ſuperficie dell' acqua della conſerva. Dunque, ſe le dette parti nel ſgorgare dalla luce, e nel ſalire non ſoffriſſero reſiſtenza alcuna, colla detta velocità ognuna ſalirebbe fino al piano orizzontale, in cui ſi trova nella conſerva la ſuperficie dell' acqua (§116 *del tom.* 8). E perciò il zampillo, ſe non ſoffriſſe reſiſtenza nel ſgorgare dalla luce, e nel ſalire, s' innalzerebbe fino al piano orizzontale, in cui ſi mantiene nella conſerva la ſuperficie dell' acqua. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

AVVERTIMENTO I.

136. I zampilli verticali non poſſono giugnere alle dette altezze per tre diverſe ec.

resistenze; per quella, che deriva dallo stropicciamento delle parti dell'acqua contro gli orli delle luci; per l'altra, che deriva dall' aria; e per quella, che deriva dall'urto delle parti, che salgono, contro quelle, che ricadono. I. Il detto stropicciamento trattiene alquanto le parti, che sono nelle superficie de' zampilli, e la forza di coesione, benchè tenue nelle parti dell' acqua, fa che sì fatto trattenimento si propaghi gradatamente alle altre parti ancora. Sicchè il detto stropicciamento diminuisce alquanto la velocità de' zampilli, e più, o meno, secondochè maggiore, o minore è la resistenza derivante dallo stropicciamento, e conseguentemente la pressione dell' acqua contro l' orlo della luce, ovvero l' altezza dell' acqua sull' istessa luce, e secondochè maggiore, o minore è il perimetro della luce per rispetto della sua grandezza. E perciò, essendo in due luci disuguali per rispetto delle loro grandezze maggiore il perimetro della minore, che della maggiore, maggiore diminuzione di velocità per causa dello stropicciamento si produce in un zampillo facendolo sgorgare da una luce minore, che facendolo sgorgare da una luce maggiore. II. Ogni zampillo, per muoversi furori della luce, deve muovere l' aria che incontra, e stropicciarsi colla sua superficie contro l'aria laterale; e perciò deve perdere di più tanto della sua forza, quanto ne bisogna

per

per muovere la detta aria, e per vincere la resistenza derivante da tale stropicciamento. Or questa resistenza è anche maggiore, o minore; secondochè maggiore, o minore spazio corre il zampillo, e conseguentemente secondochè maggiore, o minore è l'altezza dell' acqua sulla luce. III. Finalmente le parti anteriormente salite con ricadere verticalmente, terminata la loro salita, debbono di vantaggio urtare le altre, che salgono, e diminuirne in esse la forza di salire.

AVVERTIMENTO II.

137. Delle tre riferite cagioni di resistenze per riguardo de' zampilli l'ultima si può interamente evitare, con far salire il zampillo non verticalmente, ma con qualche inclinazione; e le altre due si possono solamente alquanto diminuire, con rendere gli orli delle luci quanto più è possibile puliti, e con dare alle luci, le massime convenienti grandezze. In tanto le isperienze hanno fatto conoscere per riguardo de' zampilli verticali, e sgorganti da luci di convenienti grandezze, che un zampillo dell' altezza d'once 74 esige che l' altezza dell' acqua sulla luce ecceda l'altezza dell' istesso zampillo a un di presso di onc. 1. 23, e che ogni altra altezza di zampillo esige che l' altezza dell' acqua sulla luce ecceda di tanto a un di presso l' altezza dell' istesso zampil-

pillo, di quanto il disegna il prodotto, che si ha moltiplicando onc. 1. 23 pel quadrato del numero, che nasce dividendo l' altezza del medesimo zampillo, valutata in once, per 74. Ciò posto, è facile a sciorre i due seguenti problemi.

PROBL. VI.

138. *Data l' altezza, che deve avere un zampillo verticale, determinare a un di presso l' altezza, che deve avere sulla luce l' acqua nella conserva.*

SOLUZIONE.

1. Si riduca l' altezza data del zampillo in once; e, diviso il numero di tali once per 74, si noti il quoziente.

2. Si moltiplichi onc. 1. 23 pel quadrato del quoziente notato, e 'l prodotto s' aggiunga all' altezza data del zampillo.

La somma darà a un di presso l' altezza, che deve avere sulla luce l'acqua nella conserva.

ESEMPIO.

Sia l' altezza del zampillo di pal. 20, o di onc. 240. Essendo $\frac{240}{74} = 3.24$, e (3.

24 $)^2 = 10.\ 4976$. Sarà a un di presso l'eccesso dell'altezza, che deve avere sulla luce l'acqua nella conserva, su quella del zampillo $= (10.\ 4976)\ (1.\ 23)$; cioè di onc. 12. 9, o di onc. 12, e min. $4\frac{1}{2}$. Onde l'altezza, che deve avere sulla luce l'acqua nella conserva, deve essere a un di presso di pal. 21, e min. $4\frac{1}{2}$.

PROBL. VII.

139. *Data l'altezza, che ha sulla luce l'acqua nella conserva, determinare a un di presso l'altezza del zampillo.*

SOLUZIONE.

Si mettano l'altezza data espressa in onc. $= a$, $74 = b$, $1.\ 23 = c$, e l'altezza cercata $= x$. Sarà $\left(\frac{x}{b}\right)^2 c + x = a$. Onde sarà

$$x^2 + \frac{b^2 x}{c} = \frac{b^2 a}{c};$$

e perciò

$$x = \frac{b}{2c}\left(-b + \sqrt{b^2 + 4ac}\right).$$

Ch'è ciò, che bisognava determinare.

ESEM-

ESEMPIO.

Sia $a = 30$ pal. $= 360$ onc.. Sarà l'altezza cercata del zampillo $x = \frac{b}{2c}\left(-b + \sqrt{b^2 + 4ac}\right) =$ onc. 334. 8 = 27 pal., 10 onc., 4 min.

AVVERTIMENTO I.

140. Si noti che ogni zampillo va alla massima altezza possibile, quando il diametro della luce ha una conveniente grandezza relativamente all'altezza, che ha sulla luce l'acqua della conserva, e al diametro del canale conduttore. Le isperienze hanno fatto conoscere che, se la detta altezza non oltrepassa i pal. 13, il diametro della luce deve essere $\frac{1}{4}$ di quello del canale, e che, se la medesima altezza è tra gli palm. 13, e 25, o tra gli 25, e 50, o tra gli 50, e 100, il diametro della luce deve essere $\frac{1}{5}$, o $\frac{1}{6}$, o $\frac{1}{7}$ del diametro del canale conduttore. Però se il zampillo è assai lontano dalla conserva, e assai lungo il canale conduttore; perchè collo stropicciamento ne' lati del conduttore si diminuisce maggiormente la velocità dell' acqua, conviene allora crescere di vantaggio il diametro del canale per rispetto di quello della luce.

AV-

AVVERTIMENTO II.

141. Si noti anche che nella pratica, per avere una luce conveniente, non bisogna applicare all'estremo del canale conduttore un cannello conico, come s'è praticato da taluni; ma conviene applicarvi una lastra metallica colla luce in essa conveniente: altrimenti dalle riflessioni dell'acqua, che urta ne' lati del canale conico, viene turbato il moto, e diminuita la velocità delle parti, che escono dalla luce.

CAP. V.

Del moto delle acque de' fiumi.

DEFINIZIONE I.

142. Si dice *Alveo*, *o Letto* d'un fiume il canale, per cui l'acqua del fiume si trasferisce sulla superficie della Terra dalla sua origine fino al fine.

AVVERTIMENTO I.

143. Gli alvei de' fiumi sono per più riguardi irregolari. I. Sono irregolari nelle

loro direzioni. Per alcuni tratti si veggono diritti, per altri piegati con varie inclinazioni, e spesso con tortuosità serpeggianti. II. Sono irregolari anche nelle loro larghezze. In siti diversi hanno larghezze diverse, e tali larghezze diverse non serbano regola alcuna. III. Sono irregolari pure nelle inclinazioni de' loro fondi. Ancorchè in ogni fiume il fondo sia più alto nell' origine, che nel fine: nondimeno ne' diversi tratti si trova il fondo con pendenze diverse; e vi sono anche de' tratti orizzontali, o quasi orizzontali. Intanto le pendenze maggiori de' fondi s' incontrano sempre verso le origini de' fiumi; e verso le imboccature si trovano ordinariamente quasi orizzontali. IV. Finalmente sono irregolari i letti de' fiumi nelle scabrezze de' fondi. S' osservano i fondi de' fiumi avere quà, e là sparsi a vicenda de' dossi, e de' gorghi; ne' quali gorghi l' acqua vi ristagna, e fa l' uffizio di fondo vivo a tutta l' altra, che vi scorre su di lei.

AVVERTIMENTO II.

144. Di più i letti de' fiumi sono stati dalla natura determinati, con far correre le acque per dove hanno incontrate pendenze maggiori; e sono stati poscia stabiliti dall' escavazioni, prodotte dalle acque istesse, e dagl' interrimenti. Onde un fiume non muta let-

letto, se a tale mutazione non viene determinato da nuove escavazioni, e da nuovi interrimenti.

DEFINIZIONE II.

145. Si chiama *Sezione* d' un fiume in qualsivoglia luogo di esso la comune sezione dell' acqua corrente con un piano, che ad angoli retti si suppone segare il fondo del fiume, e la direzione, che ha nel medesimo luogo.

AVVERTIMENTO.

146. Appresso si vedrà che l'acqua d'un fiume passa per gli diversi punti di qualsisia sezione con gradi diversi di velocità.

DEFINIZIONE III.

147. Chiameremo *Velocità mezzana* dell' acqua d' un fiume relativamente a qualunque sua sezione quella, colla quale, se per tutti gli punti l' acqua vi passasse, vi passerebbe in un dato tempo l' istessa quantità, che vi passa co' gradi diversi di velocità.

DEFINIZIONE IV.

148. Si dice *Filone*, *Corrente*, o *Spirito* dell' acqua d' un fiume quella parte dell' ac-

qua, che corre colla velocità massima.

AVVERTIMENTO.

149. In ogni fiume il filone va a seconda della massima profondità dell' acqua. Si conosce nella superficie d' un fiume la direzione del filone per mezzo delle materie, che galleggiano sull' acqua, le quali vengono dall' acqua istessa trasportate a poco a poco dove ella corre colla massima velocità.

TEOR. IV.

150. *Le parti dell' acqua d' un fiume in qualunque tratto inclinato dell' alveo progrediscono con andarsi accelerando; però quelle, che si muovono nella superficie superiore, si vanno accelerando per riguardo della semplice pendenza, e tutte le altre si vanno accelerando e per riguardo della pendenza, e per riguardo della pressione, che soffrono dalle soprincumbenti ad esse.*

DIMOSTRAZIONE.

Fig. 15. Rappresentino AB un tratto inclinato dell' alveo d' un fiume, e ABCD il corpo d' acqua, che vi scorre per esso. Qualunque sieno i gradi di velocità, colle quali le parti dell' acqua giungono agli diversi punti della se-

sezione AD, ognuna di sì fatte parti, procedendo con pendenza pel tratto AB dell' alveo, deve andar guadagnando, a cagione della propria gravità, gradi di velocità convenienti alla discesa. Ma le sole parti, che si muovono nella superficie superiore, vengono animate dalla sola propria gravità, e tutte le altre vengono animate e dalla propria gravità, e dalla gravità delle altre soprincumbenti ad esse; perchè, nel muoversi l'acqua, non cessa di fare azione la pressione verticale. Dunque le parti, che si muovono nella superficie, si vanno accelerando per ragione della semplice pendenza, e tutte le altre e per ragione della pendenza, e per ragione della pressione delle soprincumbenti ad esse. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

151. Andando la pressione verticale crescendo dalla superficie dell' acqua verso il fondo, anderà anche dalla superficie verso il fondo crescendo l'accelerazione, che si fa nelle parti dell'acqua.

COROLLARIO II.

152. Accelerandosi le parti dell' acqua ne' tratti inclinati degli alvei del modo, già detto, ne' medesimi tratti s'anderà anche successivamente accrescendo la velocità mez-

zana; e tale accrescimento sarà maggiore, o minore, secondochè maggiore, o minore sarà la pendenza del fondo, e secondochè maggiore, o minore sarà l' altezza del corpo dell' acqua.

COROLLARIO III.

153. In oltre accelerandosi l'acqua, procedendo da A verso B, non può ella da A a B conservare l' istessa altezza; ma deve tale altezza da A verso B andare scemando. Onde le parti, che si muovono nella superficie, non vanno guadagnando da A a B que' gradi di velocità convenienti alla pendenza del fondo, ma que' gradi convenienti alla pendenza maggiore della superficie.

TEOR. V.

154. *In un tratto orizzontale d' un fiume tutte le parti dell' acqua, eccetto quelle, che si muovono nella superficie superiore, progrediscono accelerandosi per ragione della sola pressione delle soprincumbenti ad esse, quelle poi, che si muovono nella superficie, s' accelerano per ragione della sola pendenza, che ha l' istessa superficie.*

DIMOSTRAZIONE.

Essendo le parti dell' acqua, qualora si muo-

muovono per un tratto orizzontale d'un fiume, tutte, eccetto quelle, che si muovono nella superficie superiore, in ogni momento verticalmente premute dalle soprincumbenti ad esse; in ogni momento per cotali pressioni le velocità di sì fatte parti si debbono accrescere; e conseguentemente debbono tali parti progredire accelerandosi per la sola pressione delle soprincumbenti ad esse. In oltre, progredendo le dette parti con andarsi continuamente accelerando, l' altezza nell' acqua deve andarsi continuamente diminuendo. Onde la superficie superiore deve essere alquanto inclinata. E perciò le parti, che si muovono nella superficie, debbono progredire accellerandosi per ragione della pendenza dell' istessa superficie. Ch'è quanto bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

155. Andando la pressione verticale crescendo dalla superficie dell' acqua verso il fondo, anderà anche dalla superficie verso il fondo crescendo l' accelerazione, che si fa nelle parti dell' acqua.

COROLLARIO II.

156. Andandosi ne' tratti orizzontali successivamente accelerando le parti dell' acqua, ne' medesimi tratti s' anderà successivamente

accrescendo la velocità mezzana; e tale accrescimento sarà maggiore, o minore, secondochè maggiore, o minore sarà l'altezza del corpo dell'acqua.

AVVERTIMENTO I.

157. E' vero che l'acqua de' fiumi ne' tratti de' fondi sì inclinati, che orizzontali s'accelera: però le continue resistenze, che ella incontra, non le permette di ritenere tutt' i gradi di velocità, che va continuamente acquistando. Onde se le velocità delle acque ne' fiumi per le dette cagioni vanno acquistando sempre continui accrescimenti, per le resistenze vanno ricevendo pure continue diminuzioni; senza le quali diminuzioni crescerebbero in modo da non potersi i fiumi passare affatto, massimamente in luoghi assai rimoti dalle loro origini. I. Viene in un fiume continuamente ritardata l'acqua per gli continui stropicciamenti, che ella soffre contro del fondo, e delle rive: però siccome lo stropicciamento ritarda le parti, che toccano la superficie dell' alveo; così la forza di coesione delle parti diffonde gradatamente sì fatto ritardo verso il mezzo del fiume. Ed ecco perchè in ogni fiume si trova sempre una parte, detta il *filone*, per cui corre l'acqua colla massima velocità. II. Viene ritardata anche l'acqua in un fiume per gli spessi urti, che fa contro le rive, ove

ove è obbligata a mutare direzione, e per le irregolari rifleſſioni delle ſue parti dalle rive verſo il mezzo del fiume. III. Si perde pure velocità dall' acqua d' un fiume, paſſando ella ſpeſſo da' tratti dell' alveo più inclinati a meno inclinati, e talvolta anche orizzontali; e paſſando da tratti più ſtretti, ne' quali ha maggiore altezza, a tratti più larghi, ne' quali ha altezza minore. IV. Riceve di vantaggio ritardo l' acqua d' un fiume dall' aria, contro cui ſi ſtropiccia colla ſua ſuperficie ſuperiore, e molto più dagli venti, che ſoffiano non a ſeconda della ſua direzione. V. Finalmente le buraſche, e le alte maree, che ſuccedono nel mare, in cui sbocca un fiume, non permettono talvolta il libero ſcarico al fiume nel mare, e ritarda conſeguentemente le ſue acque, ſe non in tutta la lunghezza del fiume, almeno a diſtanze conſiderabiliſſime dal mare. Tutte queſte riferite cagioni alterano talmente la velocità dell' acqua in un fiume, che non è poſſibile potervi oſſervare in eſſa alcuna legge coſtante; nè è poſſibile che colla più raffinata Geometria ſi poſſa giugnere a diſtrigare un compleſſo d'irregolarità, dipendenti da più cagioni, e cagioni variabiliſſime.

COROLLARIO III.

158. Quindi l' acqua in un fiume prende quel corpo, ch' è conveniente alla quanti-

tità di quella, che l'alimenta, agli gradi di velocità, co' quali sì fatta acqua entra nell' alveo, a tutti gli accrescimenti di velocità, che va acquistando in tutt' il suo corso, e a tutte le perdite di velocità, che va facendo pure nell'istesso corso.

AVVERTIMENTO II.

159. Si noti ancora che, qualunque sia il corpo d'acqua in un fiume, e qualunque sieno le velocità diverse dell'acqua negli diversi punti di qualsisia sezione, non alterandosi il corpo dell'acqua, quanta quantità d'acqua passa per una sezione in un dato tempo, altrettanta ne passa nel medesimo tempo per un'altra sezione.

COROLLARIO IV.

160. Dunque i solidi d'acqua, che hanno per basi due sezioni diverse d'un fiume, e per altezze gli spazj, che l'acqua correrebbe in tempi uguali colle velocità mezzane, che ha nelle medesime sezioni, sono tra loro uguali. E perciò le velocità mezzane, che ha l'acqua in due diverse sezioni, sono in ragione reciproca delle grandezze delle medesime sezioni.

AV-

AVVERTIMENTO III.

161. Si noti di più che le sezioni de' fiumi sono minori, dove i fiumi hanno minori larghezze, e maggiori, dove hanno larghezze minori; perchè dove hanno larghezze minori, avendo maggiori altezze le acque, le velocità mezzane sono maggiori, e dove hanno larghezze maggiori, avendo altezze minori le acque, le velocità mezzane sono minori. E perciò se in un sito il letto d'un fiume si strigne, la velocità mezzana dell'acqua s'accresce, e se si allarga, la velocità mezzana dell'acqua si diminuisce.

AVVERTIMENTO IV.

162. Si noti finalmente che sono stati inventati più strumenti per poter avere l'effettiva misura delle velocità delle acque de' fiumi: però l'unico a mio credere, che possa farci conoscere la velocità, colla quale corre l'acqua in qualunque parte d'un fiume, è lo strumento del Signor Pitot. Costa sì fatto strumento di due cannelli di vetro AB, CDE d'uguali lunghezze, e grossezze, di lunghezze, e grossezze convenienti, e aperti in ambi gli estremi. Il primo di tali cannelli è interamente diritto, l'altro è rivoltato nell'estremo inferiore colla picciola parte DE ad angolo retto. Vanno sì fatti can-

Fig. 16.

cannelli per la mezza loro groſſezza incaſſati in un priſma di legno l'uno a lato dell' altro; e in faccia di tale priſma di quà, e di là de' cannelli ſono ſegnate le diviſioni delle altezze in pal., onc., e minuti, per poter conoſcere fino a quale altezza l'acqua giugne in eſſi nel farne uſo. Deſiderarei che i detti cannelli di vetro, acciò non ſi rompeſſero nel caſo di qualche percoſſa, andaſſero chiuſi in convenienti cannelli d'ottone, ſaldati l'uno a lato dell'altro, e con due aperture ſecondo le loro lunghezze, ſufficienti a farci diſcernere fino a quale altezza l'acqua giugne in eſſi nel farne uſo.

PROBL. VIII.

163. *Determinare coll' ajuto dello ſtrumento del Signor Pitot la velocità, colla quale ſi muove l'acqua d'un fiume in qualunque ſua parte.*

SOLUZIONE.

Sia da determinarſi la velocità, che ha l'acqua in un luogo d'un fiume a quattro palmi di profondità.

1. Si faccia conficcare nel fondo del fiume un palo con punta di ferro, che ſtia verticale, e ben fermo, e conficcare dove ſi deve eſplorare la velocità dell'acqua.

2. S'adatti in faccia a tale palo il detto ſtru-

ſtrumento in modo, che ſtia verticale, e colla parte DE direttamente oppoſta alla direzione, ſecondo la quale l' acqua ſi muove in tale luogo; e, ſenza mutare tale ſituazione, ſi vada lo ſtrumento immergendo più, o meno nell' acqua, finchè ſi vegga l'acqua, entrata nel cannello AB, giugnere al punto P, quattro palmi diſtante dall' eſtremo B; e in tale ſituazione ſi laſci fiſſo l' iſteſſo ſtrumento.

3. Si noti allora il punto Q, al quale ſi oſſerva coſtantemente mantenerſi l' acqua, entrata nel cannello CDE. Si farà nota l' altezza QD.

4. Si moltiplichi per pal. 74 l' altezza QD, e dal prodotto s' eſtragga la radice quadrata.

Darà sì fatta radice la velocità cercata, o ſia lo ſpazio, che con tale velocità correrebbe l' acqua in 1".

DIMOSTRAZIONE.

Innalzandoſi l' acqua nel cannello AB per la ſola preſſione, giugnerà ella in tale cannello fino alla ſuperficie del fiume; e perciò l' altezza PB ci fa conoſcere d' eſſerſi lo ſtrumento immerſo alla profondità, che ſi vuole. Innalzandoſi in oltre l'acqua nel cannello CDE per le percoſſe, che riceve da quella, che corre nel fiume, deve ella giugnere fino all' altezza DQ da potere colla

ſua

sua pressione equilibrare la forza, colla quale viene continuamente percossa. Dunque la velocità, colla quale si muove l'acqua del fiume nel luogo, in cui si trova l'estremo E del cannello CDE, è uguale a quella, colla quale uscirebbe l'acqua dalla luce E d'un vaso, se tale vaso contenesse l'acqua all'altezza DQ; e perciò sì fatta velocità si ha estraendo la radice quadrata dal prodotto, che nasce, moltiplicando per pal. 74 l'altezza DQ (§104). Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

ESEMPIO.

Sia PB di pal. 4, e DQ di pal. 4, e onc. $2\frac{1}{2}$; sarà la velocità cercata, o sia lo spazio, che con tale velocità correrebbe l'acqua in 1'' =

$$\sqrt{74\ (4^{pal.}.\ 2^{onc}\tfrac{1}{2}} = \sqrt{888^{onc.} \times 50^{onc.}\tfrac{1}{2}} = 17^{pal.}.\ 7^{onc.},\ 3^{min.}.$$

AVVERTIMENTO I.

164. Nel detto strumento s'adopera il cannello AB, acciò si possa dall'altezza dell'acqua entrata in esso, e non agitata nella superficie superiore, come l'esterna, rilevare con sicurezza di quanto l'istrumento è nell'acqua immerso.

AVVERTIMENTO II.

165. Si noti che coll'ajuto dell'istrumento di Pitot non solamente si determina la velocità, che ha l'acqua d'un fiume in qualunque sua parte, ma anche si conosce, se è stagnante in qualche gorgo, e da quale profondità incomincia ad esser tale. Perchè, dove è stagnante, ce l'addita lo strumento, con vedersi l'acqua in ambi i cannelli giugnere alla medesima altezza. So che, per determinare la velocità de' fiumi, s'è ricorso comunemente agli galleggianti, o a una ruota, guarnita di palmette: però con tali sussidj non si può conoscere, se non la velocità, che ha l'acqua nella sola superficie de' fiumi; anzi co' galleggianti non si può determinare, se non inesattamente la velocità, che ha l'acqua nel solo luogo della superficie, per cui va diretto il filone. Dico inesattamente, perchè un sì fatto modo di determinare la velocità dell'acqua suppone nell'acqua un moto equabile per tutt' il tratto, per cui si fa correre il galleggiante; il che non è vero.

PROBL. IX.

166. *Determinare la velocità mezzana dell' acqua d'un fiume in qualunque sua sezione.*

So-

SOLUZIONE.

1. Si determinino del modo già insegnato le velocità, colle quali passa l'acqua per più punti diversi della sezione, relativamente a cui si cerca la velocità mezzana dell' acqua, e per punti altri esistenti nella superficie del fiume, altri contigui al fondo, altri a distanze diverse dalla superficie, altri nel filone, altri contigui alle rive, e altri a distanze diverse dalle medesime rive.

2. Si sommino tutte le velocità determinate, e tale somma si divida pel numero delle medesime determinate velocità.

Il quoziente darà la velocità mezzana cercata; e sarà ella più approssimante alla vera, quanto maggiore sarà il numero delle già determinate.

COROLLARIO.

167. Essendo le velocità mezzane dell' acqua d'un fiume in due diverse sezioni reciprocamente proporzionali alle grandezze delle medesime sezioni (§160): se relativamente a un fiume si fanno i profili di due sue diverse sezioni, e da tali profili si ricavano le grandezze delle medesime sezioni; determinata la velocità mezzana dell'acqua relativamente a una di sì fatte sezioni, si conoscerà anche quella, che avrà relativamen-

mente all'altra; e se, determinate le velocità mezzane dell'acqua d'un fiume relativamente a due sue sezioni, si determina la grandezza d'una di sì fatte sezioni, si conoscerà anche la grandezza dell'altra.

AVVERTIMENTO I.

168. Si noti che nel fare il profilo d'una sezione di qualche fiume, per ricavare la grandezza della medesima sezione, non si deve supporre il pelo dell'acqua orizzontale, ma si deve farne anche il suo particolare profilo. Perchè ne' fiumi si trova ordinariamente l'acqua più alta nella direzione del filone, che verso le rive in distanza dallo sbocco, e presso lo sbocco più alta verso le rive, che nella direzione del filone. In fatti movendosi l'acqua con più velocità nel filone, che verso le rive, si muove come premuta da forza maggiore nel filone, che verso le rive. Onde nel filone deve avere altezza maggiore. Però presso lo sbocco, dove si rende sensibile il rigurgito cagionato dalla resistenza, che oppone il mare allo scarico delle acque del fiume, per l'impeto maggiore di quelle del filone, più scarico si fa di quelle, che si muovono nel filone, che delle altre, che si muovono verso le rive; quindi è che nel filone ivi le acque si rendono ordinariamente più basse, che verso le rive.

AVVERTIMENTO II.

169. Tralascio d'insegnare i metodi geometrici, datici da più valenti Matematici, per determinare la velocità mezzana delle acque de' fiumi relativamente a qualunque loro sezione; perchè mi sembra che la natura ne' fiumi non soffra rigore geometrico di sorta alcuna.

PROBL. X.

170. *Determinare la portata d' un fiume, o sia la quantità d' acqua, che in un dato tempo passa per qualunque sezione d' un fiume.*

SOLUZIONE.

1. Si scelga una sezione comoda a farne il profilo, e a farne la determinazione della velocità mezzana dell' acqua.

2. Si facciano per rispetto della sezione scelta un esatto profilo, e la determinazione della velocità mezzana dell' acqua colla massima esattezza possibile; e dal profilo si rilevi la grandezza della sezione.

3. Si moltiplichi la grandezza della sezione per lo spazio, che l' acqua correrebbe in 1" colla velocità mezzana già determinata.

S' avrà a un di presso la quantità d' acqua,

qua, che paſſa in 1′ per qualunque ſezione del fiume; la quale quantità moltiplicata pel numero de' ſecondi del tempo dato dà la quantità cercata.

COROLLARIO

171. Quindi la quantità d'acqua, che paſſa per una ſezione d'un fiume in un tempo, quando corre con un corpo d'acqua, ſta alla quantità, che paſſa per una ſezione dell'iſteſſo fiume in un altro tempo, quando corre con un altro corpo d'acqua, in ragione compoſta de' tempi, delle grandezze delle ſezioni, e delle velocità mezzane, che hanno le acque relativamente alle medeſime ſezioni.

AVVERTIMENTO.

172. Si noti che i calcoli delle portate annuali de' fiumi ſono fatti troppo all'ingroſſo, e non poſſono darci, ſe non quantità aſſai lontane dalle vere; perchè, nel corſo d'un anno variando ſpeſſo l'altezza dell'acqua d'un fiume, e conſeguentemente la ſua portata, ſi determina la portata annuale con ſupporre il fiume con un' altezza d'acqua, che ſia mezzana tra la maſſima, e la minima, che ha durante tale tempo.

CAP. VI.

Della percussione dell' acqua contro le superficie de' corpi.

DEFINIZIONE I.

173. Si dice *Percussione* l' azione istantanea, che fa un corpo in urtare un altro.

AVVERTIMENTO.

174. Si noti che, se un canale d'acqua, corrente sempre dell' istesso modo, percuote continuamente una superficie, la forza, colla quale l' acqua percuote tale superficie, è quella, con cui in ogni momento replica la sua azione colle parti diverse, che ne' diversi momenti vanno ad urtare la superficie; nè tale forza s'accresce per le replicate azioni, che soffre la superficie percossa.

DEFINIZIONE II.

175. La percussione si dice *diretta*, se è fatta per direzione perpendicolare alla superficie percossa, e *obbliqua*, se è fatta per una direzione inclinata alla superficie percossa.

TEOR.

TEOR. VI.

176. *Sia AB un piano direttamente percosso in tutta la sua estensione dall' acqua, che corre in un canale, o che sgorga da qualunque luce; e sia la velocità mezzana dell' acqua quella, che acquisterebbe ogni corpo colla libera discesa per l' altezza PO. Dico che la forza, con cui la detta acqua percuote AB, è uguale al peso d' una sua quantità, il cui volume si determina moltiplicando il piano AB pel doppio dell' altezza PO.* Fig. 17.

DIMOSTRAZIONE.

Ogni corpo, che percuote direttamente un altro quieto, lo percuote con tanta forza, quanta se ne richiede per imprimere al percuotente la velocità, colla quale fa la percussione. Dunque, essendo la velocità mezzana dell' acqua, che percuote il piano AB, uguale per l' ipotesi a quella, che ogni corpo acquisterebbe colla libera discesa per PO, sarà la forza, colla quale la medesima acqua percuote il piano AB, uguale a quella, che imprimerebbe alle sue parti, che in un istesso momento fanno azioni contro di AB, la velocità, che acquisterebbe ogni corpo colla libera discesa per PO. Ma sì fatta forza è il doppio della pressione verticale della quantità d' acqua, il cui volume si ha

moltiplicando il piano AB per l'altezza PO (§ 107). Dunque la forza, con cui la detta acqua direttamente percuote il piano AB, è uguale al peso d' una sua quantità, il cui volume si determina moltiplicando il piano AB pel doppio dell'altezza PO. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

177. Quindi se il piano AB è d'un palmo quadrato, e la velocità mezzana, che ha l' acqua nel percuoterla, è tale, che con essa correrebbe in 1'' pal. 10: è in tale caso PO $= \frac{100}{74}$ (§ 104) = pal. 1. 35; e conseguentemente la forza, colla quale l'acqua percuote AB, è uguale al peso dell' acqua del volume di palmi cubici 2. 7, ovvero, prendendo ogni pal. cubico d' acqua di rot. 20 $\frac{1}{2}$, uguale al peso di rotola 55. 35, o sia di 55$^{rot.}$. 11$^{onc.}$. 13$^{trap.}$. 20$^{ac.}$.

COROLLARIO II.

178. Se AB, CD sono due piani direttamente percossi da due canali d' acqua, e le velocità mezzane di tali acque nel percuotere sono uguali a quelle, che ogni corpo acquisterebbe colle libere discese per le altezze PO, QR; le forze, dalle quali vengono percossi i piani AB, CD, sono tra loro in ragione composta dalla ragione de' pia-

piani AB, CD, e dalla ragione di 2PO : 2QR, o di PO : QR; vale a dire che le dette forze sono tra loro in ragione composta dalla ragione delle grandezze de' piani percossi, e dalla ragione de' quadrati delle velocità mezzane delle acque. E perciò le medesime forze sono nella ragione de' piani percossi, se le dette velocità sono uguali; e nella ragione de' quadrati delle medesime velocità, se sono uguali i piani percossi: e di più sono le istesse forze uguali, se i piani percossi sono in ragione reciproca de' quadrati delle dette velocità, e se sono uguali le forze, i piani percossi sono in ragione reciproca de' quadrati delle istesse dette velocità (§ 139 *del tom. 4*).

COROLLARIO III.

179. Sia DG la vena d'acqua, ch' esce dalla luce DE, esistente nel fondo del vaso AB costantemente pieno. Accelerandosi le parti dell'acqua con muoversi verticalmente per l'altezza DF, le sezioni della vena si anderanno ristrignendo a proporzione, che crescerà la velocità delle parti in esse. Sicchè sarà la luce DE alla sezione FG nella ragione di $\sqrt{CF} : \sqrt{CD}$, o pure, trovata CI mezza proporzionale tra CD, CF, nella ragione di CF : CI. E perciò sarà $FG \times 2CF = DE \times 2CI$. Ma $FG \times 2CF$ dà il volume dell'acqua, il cui peso uguaglia la forza Fig. 18.

con cui la vena percuote direttamente un piano colla sezione FG. Dunque DE×2CI dà pure il volume dell'acqua, il cui peso uguaglia la medesima forza. Sicchè, qualora la vena verticale DG, che sgorga dalla luce DE, percuote direttamente un piano a qualunque distanza DF dall'istessa luce, la forza, con cui l'acqua percuote il piano, è uguale al peso d'una quantità dell'istess' acqua, il cui volume si ha moltiplicando la grandezza della luce pel doppio della mezza proporzionale trovata tra CD, e CF.

TEOR. VII.

Fig. 19. 180. *Contrassegni ABCD un piano comunque inclinato alla direzione del moto dell'acqua, che corre in un fiume, o canale. Dico che la forza intera dell'acqua, che ferisce sì fatto piano, sta a quella, colla quale percuote il medesimo piano, come il seno massimo al seno dell'angolo d'inclinazione, che ha al medesimo piano la direzione del moto dell'acqua.*

DIMOSTRAZIONE.

Contrassegni PO uno de' fili d'acqua, che feriscono il piano ABCD, e contrassegni LO l'intera sua forza. S'intenda su ABCD calata da L la perpendicolare LM, e s'intenda formato il rettangolo LMON. Ancorchè la forza espressa da LO equivalga al-

alle due espresse da NO, MO (§ *69 del tom.* 8): nondimeno la sola espressa da NO dinota quella, con cui il detto filo percuote il piano ABCD. Sicchè l'intera forza del filo d'acqua PO sta a quella, con cui percuote il piano ABCD, come LO: NO, o come LO: LM, ovvero come il seno massimo al seno dell'angolo d'inclinazione, che forma col piano ABCD la direzione del moto dell'acqua. L'istesso si dimostra relativamente a ogni altro de' fili d'acqua, che feriscono il piano ABCD. Dunque la forza intera dell'acqua, che ferisce il piano ABCD, sta a quella, con cui obbliquamente percuote il medesimo piano, come il seno massimo al seno dell'angolo d'inclinazione, che forma col medesimo piano la direzione del moto dell'acqua. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

181. Per calcolare adunque la forza, con cui l'acqua percuote obbliquamente il piano ABCD, si deve a questo modo procedere. 1. Si determini la velocità mezzana dell'acqua, che ferisce ABCD (§ *166*), e si cerchi l'altezza, per cui ogni corpo colla libera discesa acquista sì fatta velocità. 2. Si determini la grandezza della sezione di quell' acqua, che ferisce ABCD, o sia la grandezza di quel piano, che direttamente riceve.

verebbe l'acqua, che ferisce ABCD 3. . Si moltiplichi la grandezza di tale sezione pel doppio dell'altezza già determinata, e s'avrà la forza intera dell'acqua, che ferisce il piano ABCD. 4. Si trovi in ordine al seno massimo, al seno dell'angolo d'inclinazione, che forma col piano ABCD la direzione del moto dell'acqua, e alla forza intera già determinata il quarto proporzionale; darà sì fatto quarto proporzionale la forza, con cui l'acqua obbliquamente percuote il piano ABCD.

COROLLARIO II.

182. Quanto meno, o più inclinato è il piano ABCD alla direzione del moto dell'acqua, tanto più, o meno è la sezione dell'acqua, che il percuote, e più, o meno è il seno dell'angolo d'inclinazione della direzione del moto dell'acqua coll'istesso piano, e conseguentemente più, o meno è la forza, con cui l'acqua il percuote. E perciò tale forza diventa la massima, quando la sezione dell'acqua, che ferisce il detto piano, è la massima, e massimo è il detto seno d'inclinazione. Il che accade, quando il detto piano è direttamente opposto alla corrente dell'acqua. Sicchè un piano percosso dall'acqua, che corre in un canale, o fiume, riceve la massima percossa, quando la percussione è diretta.

CO-

COROLLARIO III.

183. Quindi nelle macchine mosse dalla percussione dell' acqua, acciò seno mosse colla massima efficacia, è necessario che la percussione sia diretta; ne' ripari poi, che s'adoperano ne' fiumi, acciò possano resistere all'impeto dell'acqua, è necessario che la percussione sia quanto più è possibile obbliqua.

COROLLARIO IV.

184. S' intenda intorno ad NO, come diametro, fatto il rettangolo RS. Farà la forza espressa da NO azione contro il piano ABCD, come se due forze facessero azioni, una espressa da RO, secondo la direzione del moto dell'acqua, e l'altra espressa da SO, perpendicolare all' istessa direzione. Dunque la forza intera dell'acqua, che percuote il piano ABCD, sta a quella, colla quale spigne l' istesso piano per la direzione del suo moto, come LO : OR, o come $LO^2 : ON^2$, ovvero come $LO^2 : LM^2$, cioè come il quadrato del seno massimo al quadrato del seno dell'angolo d' inclinazione, che forma col piano ABCD la direzione del moto dell' acqua. E di più la forza, con cui l' acqua percuote il piano ABCD, sta a quella, con cui lo spigne per

la direzione SO, come NO : OS, o come NO : NR, o come LO : LN, ovvero come LO : OM, vale a dire come il ſeno maſsimo al coſeno del detto angolo d' inclinazione, che forma col piano ABCD la direzione del moto dell' acqua.

COROLLARIO V.

185. Se ABCD è la ſuperficie percoſſa d' un corpo conficcato in parte nella ripa d' un fiume. Quando tale ſuperficie è oppoſta ad angolo ottuſo alla direzione della corrente, la forza eſpreſſa da SO, ſpignendo da S verſo O, ſtrigne il corpo contro la ripa; quando poi è oppoſta ad angolo acuto, l' iſteſſa forza eſpreſſa da SO, ſpignendo allora da O verſo S, sforza il corpo a diſtaccarſi dalla ripa. Quindi s'intende che i penelli, che s' adoperano tal volta in un fiume o per ripari, o per obbligarlo a mutar corſo, debbono eſſere più ſaldamente conficcati nella ripa, quando ſono ad angoli acuti colla corrente, che quando ſono ad angoli ottuſi.

AVVERTIMENTO I.

186. Si noti che i penelli poſti in un fiume ad angoli acuti colla corrente, oltre dell' eſſere eſpoſti al pericolo di venire ſeparati dalla ripa, e ſpinti verſo il filone, rieſco-

ſcono ordinariamente ruinoſi alle ripe, per gli vortici, che cagiona dentro gli angoli acuti l' acqua rifleſſa, che ritorna come in ſe ſteſſa, ſcavando tali vortici il terreno di ſotto, e franando le ripe, ſe a tali rovine non s'appreſta opportuno rimedio.

AVVERTIMENTO II.

187. Tralaſciamo d' inſegnare qui il modo di coſtruire i penelli, e 'l modo d'applicarli a' fiumi ſecondo il biſogno; potendoſi tali coſe leggere nella raccolta degli autori, che trattano del moto delle acque.

COROLLARIO VI.

188. Sia di più il rettangolo AC la ſuperficie obbliquamente percoſſa dall'acqua, e 'l rettangolo AE eſprima la ſuperficie, che direttamente può percuotere l' acqua, che feriſce AC. S'intenda congiunta FB. Eſprimeranno FB la direzione del moto dell'acqua, e FBA l'angolo d'inclinazione, che forma col piano AC la detta direzione; e ſarà altresì l' angolo BFA retto. Si chiami P l'altezza, da cui ogni corpo colla libera diſceſa può acquiſtare la velocità mezzana dell'acqua, che feriſce AC; e ſi chiamino T il ſeno maſſimo, e F la forza, con cui l'acqua percuote obbliquamente AC. Eſſendo $AC \times 2P : AE \times 2P = AC : AE = AB : AF$ Fig.

$AF = T : sen. FBA$, e $AE \times 2P : F = T : sen. FBA$ (§ 180); sarà $AC \times 2P : F = T^2 : (sen. FBA)^2$. Ma $AC \times 2P$ esprime la forza, con cui l'acqua coll'isteſſa velocità mezzana direttamente percuoterebbe AC (§ 176). Dunque la forza, con cui l'acqua direttamente percuoterebbe AC, ſe la ſua velocità mezzana foſſe quella, colla quale giugne a percuotere obbliquamente AC, ſta alla forza, con cui la percuote obbliquamente, come il quadrato del ſeno maſſimo al quadrato del ſeno dell' angolo d' inclinazione, che forma con AC la direzione del moto dell' acqua.

COROLLARIO VII.

189. Per la qual coſa, quando il rettangolo AC è la ſuperficie obbliquamente percoſſa, o che ſia AB il lato inferiore, o che ſia AD; determinata la velocità mezzana dell' acqua nel ſito AC, e determinata conſeguentemente la forza, con cui l' acqua percuoterebbe AC direttamente con sì fatta velocità mezzana, la quarta proporzionale trovata in ordine al quadrato del ſeno maſsimo, al quadrato del ſeno dell' angolo d' inclinazione, che forma con AC la direzione del moto dell' acqua, e alla forza già determinata, darà la forza, colla quale l' acqua percuote AC obbliquamente.

PRO-

PROBL. XI.

190. *Contrassegni ABC una ruota guarnita di palmette, e mossa dalla forza dell' acqua, la quale, scendendo pel canale EADF, percuota direttamente le palmette. Determinare il momento della potenza, che fa girare la ruota intorno al suo centro.* Fig.21.

SOLUZIONE.

Quando la ruota è quieta, l' acqua percuote direttamente AD coll' intera sua velocità, e conseguentemente coll' intera sua forza; quando poi la ruota dalla percossa dell' acqua ha ricevuta la velocità, colla quale costantemente gira, l' acqua allora percuote direttamente, e successivamente le palmette coll' eccesso della velocità sua su quella delle medesime palmette; e la forza, colla quale fa le percussioni, è la potenza costante applicata alle medesime palmette, la quale potenza fa costantemente girare la ruota. Il momento dunque di tale potenza, che fa girare la ruota intorno al suo centro, si ha moltiplicando l' istessa potenza per la velocità, colla quale si muovono le palmette. Perciò

1. Si determini la velocità mezzana, che ha l' acqua nella sezione, in cui percuote direttamente le palmette; e si metta $= a$ lo

lo ſpazio, che con tale velocità correrebbe l'acqua in 1".

2. Si ricavi dal numero de' giri, che fa la ruota in un dato tempo, quando ha acquiſtata la velocità coſtante, e dalla periferia del cerchio, che ha per raggio la diſtanza del centro della grandezza di qualunque delle palmette dal centro della ruota, lo ſpazio, che corre in 1" il centro d'ogni palmetta; e tale ſpazio ſi metta $= b$. Eſprimerà $a-b$ la velocità, colla quale l'acqua percuote le palmette, e $\frac{1}{74}(a-b)^2$ eſprimerà l'altezza, per cui ogni corpo colla libera diſceſa acquiſta l'iſteſſa velocità (§ 104).

Per la qual coſa, poſta la grandezza d'una palmetta $=p$, eſprimerà $\frac{2}{74}(a-b)^2 \times p$, ovvero $\frac{1}{37}(a-b)^2 \times p$ la forza, con cui l'acqua percuote direttamente le palmette, o ſia la potenza movente la ruota, e conſeguentemente $\frac{1}{37}(a-b)^2 bp$ eſprimerà il momento cercato della potenza, che fa girare la ruota intorno al ſuo centro. Ch'è ciò, che biſognava determinare.

ESEMPIO.

Sieno la diſtanza del centro della grandezza d'ogni palmetta dal centro della ruota di pal. 6, la grandezza d'ogni palmetta di 2 pal. quadrati, 80 il numero delle rivoluzioni, che fa la ruota in 3', e la velocità mez-

mezzana dell' acqua tale, che con essa correrebbe in 1" pal. 27. Sarà la periferia, che in ogni giro della ruota descrive il centro della grandezza d'una palmetta, di pal. 37. 692; onde lo spazio, che corre l'istesso centro in 3', è di pal. 3015.36, e conseguentemente quello, che corre in 1", ovvero $b = 16.75$. Sono in oltre $a = 27$, e $p = 2$ pal. quad.. Dunque la forza, con cui l'acqua percuote le palmette della ruota nell'atto del girare, è $\frac{1}{37}(a-b)^2 \times p = \frac{1}{37}(10.25)^2 \times 2 = 5.68$ di pal. cub., ovvero, posto ogni pal. cub. d'acqua di rot. $20\frac{1}{2}$, = rot. 116.44; e perciò il momento di tale forza $\frac{1}{37}(a-b)^2 \times bp = 1950.37$.

COROLLARIO I.

191. Esprimendo $\frac{1}{37}(a-b)^2 \times bp$ il momento della potenza di qualunque ruota mossa dall'acqua; produrrà qualunque ruota mossa dall'acqua il massimo effetto, quando il detto momento sarà il massimo. Or ciò, che può variare in una data ruota, mossa da un dato canale d'acqua, è la velocità delle palmette; perchè una resistenza maggiore le fa muovere con velocità minore, e una resistenza minore le fa muovere con velocità maggiore. Dunque qualunque ruota mossa dall'acqua produrrà il massimo effetto, quando nella formola $\frac{1}{37}(a-b)^2 \times bp$ la quantità $(a-b)^2 b$ sarà massima. Ma

 per

per dare $(a - b)^2\ b$ un maſſimo prodotto, è neceſſario che ſia $b = \frac{1}{3}a$, come ognuno può eſplorarlo con eſempj numerici. Sicchè qualunque ruota moſſa dall' acqua produce il maſſimo effetto, quando v'è tale reſiſtenza in lei, che permette che la velocità delle palmette ſia un terzo della velocità mezzana dell' acqua.

COROLLARIO II.

192. Quindi ſe una ruota moſſa dall'acqua ha nelle palmette una velocità minore, o maggiore del terzo della velocità mezzana dell' acqua, non produce ella il maſſimo effetto; perdendo nel primo caſo più per riguardo del tempo maggiore, che impiega, che non guadagna per riguardo della reſiſtenza maggiore, che muove; e nel ſecondo caſo perdendo più per riguardo della reſiſtenza minore, che muove, che non guadagna per riguardo del tempo minore, che impiega.

COROLLARIO III.

193. Eſſendo in oltre nel caſo del maſſimo effetto $b = \frac{1}{3}a$, e conſeguentemente $\frac{1}{37}(a - b)^2\ bp = \frac{1}{37}\left(\frac{2}{3}a\right)^2 \times \frac{1}{3}ap = \frac{4}{999}a^3 p$. Poſta la reſiſtenza $= R$, e poſta la ragione della velocità della potenza a quella della reſiſtenza, come $n : 1$, e conſeguentemente la velocità della reſiſtenza =

$\frac{1}{3n}a$, e 'l momento della resistenza $= R \times \frac{1}{3n}a$; sarà $R \times \frac{1}{3n}a = \frac{4}{999}a^3 p$, ed $R = \frac{4}{333}a^2 np$. Coll' ajuto dunque di questa formola si determina il valore di R, qualora sono dati i valori di a, n, p, si determina il valore di a, qualora sono dati i valori di R, n, p, si determina il valore di n, qualora sono dati i valori di R, a, p, e finalmente si determina il valore di p, qualora sono dati i valori di R, a, n.

AVVERTIMENTO.

194. Si noti che le palmette in una ruota debbono essere disposte in modo, che intanto che una, come AD, riceve la percussione diretta dall' acqua, le due contigue ad essa GH, IK debbono co' loro estremi toccare la superficie dell' acqua, senz' avere parte alcuna immersa; altrimenti più fili d' acqua dalla parte immersa di GH verrebbero impediti di percuotere direttamente AD, e percuoterebbero obbliquamente GH, e la parte immersa di IK non solamente non riceverebbe percussione alcuna dall'acqua, ma sarebbe nella necessità di rimuovere l'acqua, che incontrerebbe nell' uscire dalla medesima, cose ambedue alla ruota di diminuzione di forza. Quindi, se, determinata

$AH = \sqrt{OH^2 - OA^2}$, si trova in ordine ad OH, ad HA, e al seno massimo il quarto proporzionale, dà sì fatto quarto proporzionale il seno dell' angolo HOA; e conseguentemente si fa noto l' angolo GOA, che determina la distanza, che deve avere una palmetta dall' altra. Così, se il raggio della ruota OG è di pal. 6, e l' altezza GH della palmetta è di onc. 6, saranno OH di onc. 78, e $AH = \sqrt{78^2 - 72^2} = \sqrt{917} = 30.28$. E perciò

Log. 30.28	=	1.4811559
Sen. massimo	=	10.0000000
Som.	=	11.4811559
Log. 78	=	1.8920946 sott.
*Log.sen.*AOG	=	9.5890613.

Onde l' angolo $AOG = 22^{\circ}.50^{\prime}$, e conseguentemente l' arco AG è a un di presso la sedicesima parte dell' intera periferia della ruota. Per la qual cosa alla ruota nel supposto caso si debbono applicare 16 palmette, e non più.

CAP.

CAP. VII.

Della teorica delle Trombe idrauliche.

DEFINIZIONE I.

195. Si dice *Stantuffo* un cilindro solido di picciola altezza, che va inferito in un altro cavo d'altezza maggiore, combaciandosi insieme colle loro superficie cilindriche, e che coll'ajuto d'una lunga asta, a cui è egli nella direzione del suo asse stabilmente congiunto, si può giu, e su muovere per dentro l'istesso cilindro cavo.

DEFINIZIONE II.

196. Si chiama *Animella* quell'ordigno applicato a una luce circolare, atto a permettere all'aria, e all'acqua il passaggio per la luce, e impedirne il ritorno.

DEFINIZIONE III.

197. Si dice *Tromba idraulica* un composto di tubi metallici di diametri diversi, insieme combinati, per le cavità de' quali

coll' ajuto d' uno ſtantuffo, e di alcune animelle può ſalire l' acqua ſpinta o della ſola preſſione dell' aria eſterna, o dal ſolo sforzo dello ſtantuffo, o da ambe sì fatte cagioni; e ſi dice in ognuno de' due primi caſi *tromba ſemplice*, e nel terzo caſo *tromba composta*.

DEFINIZIONE IV.

198. Una tromba ſemplice ſi dice *Aſpirante*, ſe l' acqua ſale in lei per la preſſione dell' aria eſterna, e ſi dice *Premente*, ſe ſale ſpinta dallo sforzo dello ſtantuffo.

DEFINIZIONE V.

199. Si chiamano *corpo della tromba* il cilindro, entro di cui ſi fa il moto dello ſtantuffo, *tubo aſpirante* quel tubo, per cui nella tromba aſpirante, e nella tromba compoſta l' acqua ſale dalla conſerva al corpo della tromba, e *tubo aſcendente* quello, per cui nella tromba premente, e nella compoſta l' acqua ſale sforzata dallo ſtantuffo nel corpo della tromba.

AVVERTIMENTO.

Fig. 22. 200. La *fig.* 22 rappreſenta una tromba aſpirante; e contraſſegnano AB il corpo della tromba, CS il tubo aſpirante, congiunto

so col detto corpo, e con esso comunicante, FGL lo stantuffo coll'asta, IH un foro nel mezzo dello stantuffo, e M e N due animelle applicate alle luci CD, KI, e atte a far passare l'aria, e l'acqua per le medesime luci da giu in su, e impedirne il ritorno. La *figu.* 23 rappresenta una tromba premente; e contrassegnano AB il corpo della tromba, QS il tubo ascendente, congiunto col detto corpo, e con esso comunicante, FGL lo stantuffo coll'asta, IH un foro nel mezzo dello stantuffo, M e N due animelle, applicate alle luci CD, KI, e atte a far passare l'aria, e l'acqua da giu in su, ed impedirne il ritorno, e VZ un rettangolo composto da righe di ferro, per potere col suo ajuto innalzare, e abbassare lo stantuffo. La *fig.* 24 rappresenta la tromba composta; e contrassegnano AB il corpo della tromba, CR il tubo aspirante, QS il tubo ascendente, FGL lo stantuffo senza foro alcuno, e colla sua asta, e M e N due animelle applicate alle luci CD, HI, e atte a far passare l'aria, e l'acqua, e impedirne il ritorno.

Fig. 23.

Fig. 24.

PROBL. XII.

201. *Insegnare in che modo s'innalza dell'acqua coll'ajuto d'una tromba aspirante.*

SOLUZIONE.

Fig. 22. Sia da innalzarsi dell' acqua da un pozzo, da una conserva, da un lago, da un fiume, ec. colla tromba aspirante, che rappresenta la *fig.* 22; e sia FO l'altezza, per cui si può muovere su, e giu lo stantuffo.

1. Si disponga la tromba verticalmente, e colla parte inferiore del tubo aspirante immersa nell' acqua d' un pozzo, d'una conserva, d' un lago, d' un fiume, ec.; e XY sia la superficie di tale acqua, la cui distanza da OP non ecceda l'altezza dell' acqua, equivalente al peso atmosferico.

2. S'innalzi lo stantuffo da FG ad OP. Durante tale moto dello stantuffo, l'aria esistente nello stato naturale negli spazj FB, HI si dilaterà continuamente; e in tale dilatazione l'animella N, come premuta con forza maggiore dall' aria esterna, che dall' interna, resterà chiusa, e l'altra M, come premuta con forza maggiore dall' aria del tubo aspirante, che da quella del corpo della tromba, s'aprirà. Onde, durante il detto moto dello stantuffo, anche l' aria contenuta in DE continuamente si dilaterà, passandone porzione nel corpo della tromba, e per conseguenza l'acqua continuamente s'innalzerà nel tubo aspirante, premuta con maggior forza dall'aria esterna, che dall'interna; e avrà in ogni momento sulla superfi-

ficie XY l'altezza neceſſaria per equilibrare coll' elaſticità dell' aria interna la preſſione dell' aria eſterna, o ſia il peſo atmosferico. Giunto lo ſtantuffo in OP, perchè ceſſa l'aria interna di dilatarſi, ceſſa anche l'acqua d'innalzarſi nella tromba, e l'animella M da ſe ſi chiude, non venendo più sforzata dall' aria del tubo aſpirante.

3. Si laſci ſcendere lo ſtantuffo da OP a FG. Durante tale altro moto dello ſtantuffo, l'aria contenuta negli ſpazj OB, HI continuamente ſi riſtrignerà; e in tale riſtrignimento l'animella M reſterà chiuſa, come premuta con forza maggiore da ſu in giu, che da giu in ſu, e l'altra N dal momento, in cui incomincerà la detta aria a divenire di maggiore denſità dell' eſterna, s'aprirà, permettendo l'uſcita fuori al di più dell' aria interna, che la renderà di maggiore denſità dell' eſterna. Sicchè collo ſcendere lo ſtantuffo da OP a FG, l'acqua, innalzata prima nella tromba, reſta all'iſteſſa altezza, e l'aria ritorna un' altra volta negli ſpazj FB, HI allo ſtato naturale, uſcendone fuori dalla luce KI il di più, che s'era prima dal tubo aſpirante intromeſſo nel corpo della tromba.

4. S' innalzi di nuovo lo ſtantuffo da FG ad OP. Durante tale moto dello ſtantuffo un' altra volta l'aria contenuta nello ſtato naturale in FB, HI s' anderà continuamente dilatando; onde l'animella N reſte-

sterà chiusa, e l'altra M dal momento, in cui la detta aria incomincerà a divenire più rara di quella del tubo aspirante, s'aprirà, e permetterà all' aria del detto tubo anche di dilatarsi, e di passarne porzione nel corpo della tromba. E perciò, durante sì fatto moto dello stantuffo, l'acqua anderà ulteriormente salendo nel tubo aspirante, e avrà pure in ogni momento sulla superficie XY l'altezza necessaria per equilibrare coll' elasticità dell'aria interna il peso atmosferico. Però come tra l'elasticità dell'aria del tubo aspirante, e quella dell'aria FB, HI, dilatata ne' spazj OB, HI, v'è minor differenza nella seconda innalzata di stantuffo, che nella prima: così la diminuzione d'elasticità, che soffre l' aria interna è minore nella seconda innalzata di stantuffo, che nella prima.

5. Si lasci scendere di nuovo lo stantuffo da OP ad FG. Di nuovo l'aria dilatata nel corpo della tromba si ridurrà negli spazj FB, HI allo stato naturale; e uscirà fuori da KI il di più entrato dal tubo aspirante nel corpo della tromba.

6. Si prosegua collo stantuffo l' istesso movimento. Dopo certo numero d'alzate dello stantuffo giugnerà l'acqua alla luce CD, con essersi ella in ogni alzata dello stantuffo andata sollevando continuamente, benchè per altezze sempre minori, e minori successivamente, e con essersene in ogni calata del-

dello ſtantuffo uſcito dalla luce KI il di più d'aria, paſſata in ogni volta dal tubo aſpirante nel corpo della tromba. Seguirà poſcia l'acqua a ſalire nel corpo della tromba, con andare ella ſalendo in ogni alzata dello ſtantuffo, e con andarne uſcendo fuori dalla luce KI in ogni calata dello ſtantuffo il di più d'aria, che non può nello ſtato naturale eſſer contenuta nello ſpazio, che, con ritornare lo ſtantuffo ad FG, ſi trova diminuito tra l'iſteſſo ſtantuffo, e la ſuperficie dell' acqua; e ciò ſuccede, finchè l'acqua giugne all' animella N. Dal quale ſtato, non reſtandovi più aria tra l'animella N, e l'acqua, in ogni alzata dello ſtantuffo ſi forma un perfetto vuoto nello ſpazio FP. Onde la preſſione dell' aria eſterna ſulla ſuperficie XY, collo ſpignere in alto la colonna d'acqua DE, ſpigne da giu in ſu l'animella M coll' eceſſo della ſua forza ſulla preſſione dell' acqua della colonna DE, e conſeguentemente con una forza maggiore di quella, che fa da ſu in giu contro l'iſteſſa animella l' acqua del corpo della tromba. E perciò sì fatta preſſione dell'aria apre l'animella M, e, obbligando l'acqua a paſſare dal tubo aſpirante nel corpo della tromba, fa che l'acqua accompagni lo ſtantuffo nella ſua ſalita. In ogni diſceſa poi dello ſtantuffo l'acqua, non potendo ritornare in dietro a cagione dell' animella M, che ſi chiude, ceſſata la ſua ſalita, e non ſoffrendo ri-

ristrignimento alcuno, apre l'animella N; e dalla luce KI, intanto che lo stantuffo ritorna ad FG, esce tutta l'acqua contenuta in FP; la quale acqua, uscita fuori dallo stantuffo in ogni sua discesa, si fa in ogni sua salita cadere nel vaso ZV, e da tale vaso si dirige per qualche canale, dove il bisogno l'esige.

In tal modo dunque s'innalza dell'acqua coll'ajuto della tromba aspirante. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO I.

202. Salendo per la pressione atmosferica l'acqua nella tromba aspirante fino al punto, in cui giugne lo stantuffo nella sua massima altezza: è facile ad intendere che nella tromba aspirante il punto della massima altezza dello stantuffo non può essere superiore alla superficie dell'acqua del pozzo, della conserva, del lago, del fiume, ec. più di pal. 39; anzi non deve essere mai più superiore per rispetto della detta superficie di pal. 38, acciò possa l'acqua pervenirvi anche nelle minime pressioni dell'atmosfera.

AVVERTIMENTO I.

203. Si noti che trattandosi di fiumi, il punto della massima altezza dello stantuffo si deve regolare colla superficie, che ha il

il fiume nello ſtato della maſſima baſſezza delle ſue acque. E ſi noti altresì che nella tromba sì aſpirante, che premente lo ſtantuffo s' innalza per qualche potenza eſterna, e s' abbaſſa pel proprio peſo.

COROLLARIO II.

204. Si ſupponga giugnere a QR l'acqua nella prima alzata di ſtantuffo. La ſomma degli ſpazj ED, BF, HI darà lo ſpazio intero occupato dall' aria eſiſtente nello ſtato naturale dentro la tromba innanzi l'alzata dello ſtantuffo, e la ſomma degli ſpazj QD, OB, HI darà lo ſpazio intero occupato dall' iſteſs'aria dopo la detta alzata. Dunque ſta QD+BO+ HI : ED+BF+ HI, come l'eleſticità dell'aria, eſiſtente nello ſtato naturale, all'elaſticità, che ha dopo la prima alzata di ſtantuffo, o come l' altezza dell' acqua, equivalente al peſo atmosferico, all' altezza dell' acqua, equivalente all' elaſticità, che ha l' aria nella tromba dopo la prima alzata di ſtantuffo. E perciò ſarà la ſomma degli ſpazj QD, BO, HI all' eccеſſo di sì fatta ſomma ſull' altra degli ſpazj ED, BF, HI, o ſia alla differenza degli ſpazj FP, ER, come l'altezza dell'acqua, equivalente al peſo atmosferico, all'altezza EQ, per cui ſale l'acqua colla prima alzata di ſtantuffo.

CO-

COROLLARIO III.

205. Dati adunque i diametri, e date le altezze de' cilindri ED, BF, FP, HI, è facile a determinare l'altezza EQ. Sieno in fatti il diametro del corpo della tromba $= a$, il diametro del tubo aspirante $= b$, il diametro di HI anche $= b$, l' altezza CE $= d$, l' altezza OF $= e$, l' altezza di FB $= f$, l'altezza HK $= g$, l'altezza dell' acqua equivalente al peso atmosferico $= c$, e l' altezza cercata EQ $= x$. Sarà CQ $= d-x$. Sia di più il quadrato del diametro al cerchio nella ragione di $m : n$. Saranno la base del corpo della tromba $= \frac{n}{m} a^2$, e la base sì del tubo aspirante, che del foro HI $= \frac{n}{m} b^2$. Onde saranno la somma degli spazj QD, HI, BO $= \frac{n}{m} b^2 (d+g-x) + \frac{n}{m} a^2 (e+f)$, e la differenza degli spazj FP, ER $= \frac{n}{m} a^2 e - \frac{n}{m} b^2 x$. Per la qual cosa sarà $\frac{n}{m} b^2 (d+g-x) + \frac{n}{m} a^2 (e+f) : \frac{n}{m} a^2 e - \frac{n}{m} b^2 x$

$=$

$= c : x$, ovvero $d+g - x + \frac{a^2}{b^2}(e+f) : \frac{a^2}{b^2} e - x = c : x$. Onde $x^2 - (d+g+c+\frac{a^2}{b^2}(e+f))x = - \frac{a^2}{b^2} e c$, ed $x = \frac{1}{2}(d+g+c+\frac{a^2}{b^2}(e+f)) - \sqrt{(\frac{1}{2}(d+g+c+\frac{a^2}{b^2}(e+f)))^2 - \frac{a^2}{b^2} e c}$.

E perciò, poste $a = \frac{3}{4}$ di pal., $b = \frac{1}{2}$, $d = 32$, $e = 2$, $f = \frac{1}{6}$, $g = 4$, e $c = 38$, farà $x = 37.5625 - \sqrt{1239.941406} = 37.5625 - 35.212 = 2.3505 =$ 2 pal., 4 onc., 1 min.

COROLLARIO IV.

206. Quando lo ſtantuffo s'innalza da FG ad OP, e la tromba contiene ancora aria dentro di eſſa, l'aria del corpo della tromba va dal grado d'elaſticità naturale paſſando a' gradi d'elaſticità minori, e minori ſucceſſivamente, finchè con tutt'il reſtante dell'altra del tubo aſpirante, ſe ve n'è in eſſo, diviene, in giugnere lo ſtantuffo ad OP, d'un'elaſticità tanto minore dell'elaſticità naturale, quanto ne biſogna per

per ſoſtenere in un tubo vuoto l' acqua all' altezza, alla quale è giunta allora nella tromba. Con sì fatti gradi minori, e minori di forza dunque l'aria interna ſi va ſucceſſivamente opponendo alla preſſione atmosferica, colla quale l'aria eſterna sforza ſempre lo ſtantuffo da ſu in giu. E perciò in ogni alzata dello ſtantuffo nel ſuppoſto caſo alla potenza ſi oppone nel principio il ſolo peſo dello ſtantuffo, e poſcia l'iſteſſo peſo dello ſtantuffo coll' aggiunta d'una forza, che va ſempre creſcendo, finchè, in giugnere lo ſtantuffo ad OP, diventa uguale al peſo d'una colonna d'acqua dell'iſteſſa baſe dello ſtantuffo, e dell' altezza, alla quale ſi trova allora giunta ella nella tromba.

COROLLARIO V.

207. Quindi, ancorchè la potenza nel ſuppoſto caſo in ogni alzata dello ſtantuffo debba incominciare il movimento con uno sforzo, atto a muovere il ſolo peſo dello ſtantuffo; deve però terminarlo con uno sforzo, atto a muovere l'iſteſſo peſo dello ſtantuffo, accreſciuto del peſo d'una colonna d' acqua della medeſima baſe dello ſtantuffo, e dell' altezza di quella, che ſi trova allora ſalita nella tromba. E perciò la potenza per la prima volta, che innalza lo ſtantuffo, fa il minimo sforzo, nelle volte ſe-

feguenti fa sforzi continuamente maggiori, e maggiori.

COROLLARIO VI.

208. Quando poi la tromba non ha più aria dentro di effa; allora in ogni alzata di ftantuffo l'acqua, che l'accompagna, lo fpigne da giù in fu coll'eccefſo della preſſione atmosferica fulla preſſione dell'iſteſſa acqua falita nella tromba; il quale eccefſo fi va rendendo continuamente minore, e minore, a mifura che lo ftantuffo più, e più s'avvicina ad OP. Con sì fatti eccefſi d'unque fi va l'acqua fucceſſivamente opponendo alla preſſione atmosferica, colla quale l'aria efterna sforza fempre lo ftantuffo da fu in giù. E perciò nel fuppoſto cafo in ogni alzata dello ftantuffo la potenza muove in ogni momento il pefo dello ftantuffo, e'l pefo d'una colonna d'acqua dell'iſteſſa bafe dello ftantuffo, e dell'altezza di quella, che nel medefimo momento fi trova falita nella tromba: anzi, perchè la potenza nel fuppoſto cafo collo ftantuffo innalza anche l'acqua, ch'è fopra di effo, quando la tromba è interamente piena, e che quant'acqua in ogni alzata di ftantuffo s'innalza fotto di effo, tanta fe ne fcarica nel vafo ZU da fopra, la detta potenza in ogni alzata di ftantuffo deve continuamente muovere il pefo dello ftantuffo,

 e 'l

e 'l peso d'una colonna d'acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza, che ha tutta la tromba sulla superficie XY, diminuita tale altezza di quant' importa l'altezza di quella parte della detta colonna, che uguaglia in grandezza lo spazio, che occupa nell' acqua lo stantuffo.

COROLLARIO VII.

209. Per la qual cosa la potenza, che deve muovere lo stantuffo d'una tromba aspirante, colla quale si vuole innalzare dell' acqua all' altezza A, ancorchè in ogni alzata di stantuffo, finchè nella tromba v'è aria, debba sul principio muovere il solo peso dello stantuffo: non dimeno, perchè quando la tromba è interamente piena, deve muovere sempre il peso dello stantuffo, e 'l peso d'una colonna d'acqua dell'istessa base dello stantuffo, e dell' altezza poco meno di A, deve essere conveniente a muovere il peso dello stantuffo, e 'l peso d'una colonna d'acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza poco meno di A. Quindi, se coll' ajuto di qualche macchina si vuole muovere lo stantuffo d'una tromba aspirante, chiamando P il peso da poter muovere con tale macchina la potenza applicata in essa, Q il peso dello stantuffo, B la sua base, e A l'altezza, alla quale si vuole colla tromba innalzare l'acqua;

sa-

sarà a un di presso $P = Q + A \times B$. E perciò, date le grandezze Q, A, B, s'avrà P, e conseguentemente si determinerà nella macchina la potenza necessaria; data poi la potenza, e conseguentemente P, e date le grandezze Q, e A, s'avrà a un di presso

$$B = \frac{P-Q}{A}$$, e conseguentemente si determinerà il diametro dello stantuffo; e data finalmente la potenza, e conseguentemente P, e date le grandezze Q, e B, si determinerà a un di presso $A = \frac{P-Q}{B}$, cioè l'altezza, alla quale si può l'acqua innalzare colla tromba.

AVVERTIMENTO II.

210. Si noti che lo stantuffo non può mai giugnere fino al fondo del corpo della tromba, e con esso combaciare, a cagione di certo risalto, che deve fare sul detto fondo l'animella M. Onde in ogni tromba aspirante vi deve essere sempre lo spazio FB. Sia intanto la somma degli spazj FB, HI $\frac{1}{4}$ per esempio della somma de' spazj BO, HI. Quando nella tromba l'aria è resa 4 volte più rara dell'esterna, l'acqua nella tromba deve avere un'altezza $\frac{1}{4}$ meno dell' altezza di pal.38, e conseguentemente deve ave-

re l'altezza di circa pal. 28 $\frac{1}{2}$. Si ſupponga non eſſere CE minore di pal. 28 $\frac{1}{2}$. Col detto grado di rarità d'aria non può l'acqua paſſare in tale caſo nel corpo della tromba; anzi non vi paſſerà giammai per qualunque numero di volte ſi ſeguirà a muovere giù, e ſu lo ſtantuffo. Perchè, collo ſcendere allora lo ſtantuffo da OP ad FG, niente d'aria può uſcire da KI, non riducendoſi l'aria, che ſi trova dilatata negli ſpazj OB, HI, alla denſità naturale, ſe non quando è riſtretta negli ſpazj FB, HI, e conſeguentemente quando lo ſtantuffo è giunto ad FG. Quindi s'intende onde deriva che alcune trombe aſpiranti ſono inutili a produrre il deſiderato effetto. Il macchiniſta adunque, nel coſtruire una tromba aſpirante, deve proccurare prima che ſia lo ſpazio FB quanto più è poſſibile piccolo. Poſcia deve determinare la ragione della ſomma degli ſpazj FB, HI alla ſomma di OB, HI; e, ſuppoſto che tale ragione ſia di 1 : 9, deve fare che CE ſia minore di pal. $38 - \frac{38}{9}$, o ſia di pal. $33 \frac{7}{9}$; altrimenti la tromba innalzerà l'acqua fino a certa altezza, e niente di vantaggio, ſenza mai divenire interamente piena.

AVVERTIMENTO III.

211. Si noti anche che ſuole accadere in qualche tromba aſpirante che l' acqua, qualora la tromba è piena, non accompagni lo ſtantuffo, innalzandoſi ella nel corpo della tromba con minore velocità dello ſtantuffo. In tale caſo v' è il difetto nella tromba di reſtarvi in ogni alzata dello ſtantuffo del vuoto, e di mancare d' uſcire in ogni ſua diſceſa altrettanta acqua, quant' è il vuoto, che reſta. Or tant' acqua in ogni alzata dello ſtantuffo ſi ſolleva nel corpo della tromba, quanta nel medeſimo tempo ne entra dalla conſerva nel tubo aſpirante; e l'acqua, che entra nel tubo aſpirante, entra colla velocità, che le comunica la preſſione atmosferica, diminuita di quella, che le comunica per direzione contraria la preſſione dell' acqua innalzata nella tromba. Onde la velocità, colla quale l' acqua entra nel tubo aſpirante, è minima, quando lo ſtantuffo giugne in OP. Si ſupponga intanto entrare l' acqua nel tubo aſpirante ſempre colla minima velocità; ſarà, poſte l' altezza dell' acqua equivalente al peſo atmosferico $= a$, e la diſtanza di OP da XY $= b$, lo ſpazio, che correrebbe in 1'' l'acqua colla detta velocità minima $= \sqrt{74a} - \sqrt{74b}$ (§ 104). Sia di più c lo ſpazio, che correrebbe lo ſtantuffo in 1'' col-

 la

la velocità, colla quale si muove. Se si farà il tubo aspirante di diametro tale, che il suo quadrato sia quarto proporzionale in ordine a $\sqrt{74a} - \sqrt{74b}$, a c, e al quadrato del diametro del corpo della tromba; s'avrà un tubo aspirante tale, che l'acqua che v'entrerebbe in ogni alzata di stantuffo colla detta minima velocità, avrebbe un volume uguale a FP (§ 139 *del tom.* 4), e conseguentemente farebbe che la superficie superiore accompagnasse sempre lo stantuffo. Sicchè, fatto il tubo aspirante col diametro della detta misura, siamo sicuri che l'acqua accompagnerà sempre lo stantuffo, massimamente entrando ella nel tubo aspirante, durante ogni alzata di stantuffo, non sempre colla velocità minima.

COROLLARIO VIII.

212. Per la qual cosa, posti di più il diametro del corpo della tromba $= D$, e'l diametro del tubo aspirante $= d$, l'acqua accompagna sempre lo stantuffo nel supposto caso, se sta $\sqrt{74a} - \sqrt{74b} : c = D^2 : d^2$; e conseguentemente se è $d = \sqrt{\frac{cD^2}{\sqrt{74a} - \sqrt{74b}}}$. Così, se è FO di pal. 2, e lo stantuffo in 1'' sale per 10 volte, e per altrettante volte scende, correrà lo stan-

ſtantuffo in 30″ dieci volte pal. 2, ovvero correrà pal. 20, e conſeguentemente correrà in 1″ di tempo $\frac{2}{3}$ di pal.. E perciò ſarà $c = \frac{2}{3}$ di pal.. Se in oltre ſono $a =$ pal. 38, $b =$ pal. 30, e $D = \frac{3}{4}$ di pal.; ſarà il diametro del tubo aſpirante, acciò l'acqua poſſa ſempre accompagnare lo ſtantuffo nel ſuppoſto caſo,

$$\frac{\sqrt{cD^2}}{\sqrt{\sqrt{74a} - \sqrt{74b}}} = \frac{\sqrt{0.375}}{\sqrt{\sqrt{2812} - \sqrt{2220}}} = \frac{0.612}{\sqrt{53.028 - 47.116}} = \frac{0.612}{\sqrt{5.912}} = \frac{0.612}{2.431} = 0.251$$

di pal., cioè poco più di onc. 3.

PROBL. XIII.

213. *Inſegnare in che modo s'innalza dell' acqua coll' ajuto d'una tromba premente.*

SOLUZIONE.

Sia la tromba premente, che rappreſenta la *fig.* 23, ed FO ſia l'altezza, per cui ſi può muovere lo ſtantuffo. Fig. 23.

1. Si diſponga la tromba col ſuo corpo immerſo verticalmente nell' acqua d'un poz-

zo, d'una conserva, d'un lago, d'un fiume, ec. fino ad XY.

2. Si lasci scendere per la prima volta lo stantuffo da OP ad FG. In che incomincia sì fatto moto dello stantuffo, l'aria, ch'è tra le animelle M e N, si dilata alquanto, e alquanto si diminuisce la forza, colla quale ella preme le medesime animelle. Onde l'animella M resta chiusa, come premuta con forza maggiore dal peso atmosferico, che appoggia su di essa, e l'altra N si apre, come spinta con forza maggiore dall'acqua, la quale la sforza e colla pressione atmosferica dell'aria, che appoggia sulla superficie XY, e colla pressione propria per l'altezza, che ha relativamente all'istessa animella. Aperta adunque l'animella N, l'acqua per la luce KI incomincia a passare nello spazio, ch'è tra le animelle, spinta dalla detta forza; e segue a passare; finchè, giunto lo stantuffo ad FG, l'aria si trova tra le animelle ristretta nello spazio di prima, l'acqua si trova occupare lo spazio FP, e l'animella N si chiude.

3. S'innalzi lo stantuffo da FG ad OP. L'acqua FP, obbligata a salire dalla forza dello stantuffo, strigne l'aria, ch'è tra esso, e l'animella M. Onde sì fatta aria, con aprire l'animella M, passa nel tubo ascendente, e dopo lei vi va passando anche dell'acqua, finchè, giunto lo stantuffo ad OP, con cessar l'acqua di salire, l'animella

la M si chiude, restandovi nel corpo della tromba solamente la porzione d'acqua, che occupa lo spazio, che prima occupava l'aria.

4. Si lasci di nuovo scendere lo stantuffo da OP ad FG. Sarà egli seguito dall'acqua restata su di esso nel corpo della tromba; e perchè con tale discesa di stantuffo si farebbe nel corpo della tromba un vuoto della grandezza FP, durante tale moto dello stantuffo entrerà nella tromba dalla luce KI tant'acqua, che riempirà sì fitto spazio. Sicchè, giunto lo stantuffo ad FG, si troverà tutto lo spazio del corpo della tromba superiore allo stantuffo pieno d'acqua, e l'animella N da se si chiuderà.

5. S'innalzi di nuovo lo stantuffo da FG ad OP. Un'altra volta, durante tale moto dello stantuffo, passerà nel tubo ascendente tant'acqua, quanta ne occupa lo spazio FP; vale a dire quanta ne entra nel corpo della tromba nella discesa dello stantuffo.

6. Si prosegua l'istesso movimento nello stantuffo. In ogni discesa passà nel corpo della tromba tant'acqua, quanta è sufficiente a riempiere lo spazio FP e in ogni salita altrettanta ne passerà nel tubo ascendente; e così s'anderà avanzaro l'acqua nel tubo ascendente, finchè, qualunque sia la sua altezza, sarà egli interamente pieno. Empito poi il tubo ascendente, in ogni salita dello stantuffo quant'acqua entrerà in

sì

sì fatto tubo, altrettanta dalla sua parte superiore ne uscirà, e per qualche canale si condurrà, ove il bisogno l'esigerà.

Ecco in che modo coll'ajuto d'una tromba premente s'innalza dell'acqua all'altezza, che si vuole, e si conduce, dove il bisogno l'esige. Ch'è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO I.

214. In ogni alzata dello stantuffo la potenza muove il peso, dal quale lo stantuffo viene spinto da su in giù, e 'l peso equivalente alla pressione, che l'istesso stantuffo soffre da su in giù dall'acqua innalzata nel tubo ascendente sulla superficie XY. Dunque lo sforzo della potenza è massimo, quando il detto tubo è interamente empito d'acqua. E perciò la potenza, che deve innalzare lo stantuffo d'una tromba premente, deve essere atta ad innalzarlo, quando il tubo ascendente è interamente pieno d'acqua.

COROLLARIO II.

215. Quindi, se coll' ajuto di qualche macchina si vuole muovere lo stantuffo d'una tromba premente, chiamando P il peso da poter muovere con tale macchina la potenza applicata in essa, Q il peso, dal quale lo stantuffo è spinto da su in giù, B la base dello stantuffo, e A l'altezza, alla quale

si

ſi vuole colla tromba innalzare l'acqua ſulla ſuperficie di quella, ch'è nella conſerva; ſarà $P = Q + B \times A$. E perciò, date le grandezze Q, A, B, s'avrà P, e conſeguentemente ſi determinerà nella macchina la potenza neceſſaria; data poi la potenza, e conſeguentemente P, e date le grandezze Q, e A, s'avrà $B = \frac{P-Q}{A}$, e conſeguentemente ſi determinerà il diametro dello ſtantuffo; e, data finalmente la potenza, e conſegueutemente P, e date le grandezze Q, e B, s'avrà $A = \frac{P-Q}{B}$, cioè l'altezza, alla quale ſi può l'acqua innalzare colla tromba.

AVVERTIMENTO I.

216. Si noti che, ſe i diametri della luce CD, e del tubo aſcendente uguagliano quello del corpo della tromba, ſi richiede una determinata forza per innalzare lo ſtantuffo con una data velocità, e per fare conſeguentemente paſſare in un dato tempo dal corpo della tromba nel tubo aſcendente l'acqua del volume TP; ſe poi uno de' detti diametri, per eſempio il diametro di CD, è minore di quello del corpo della tromba; per innalzare lo ſtantuffo coll' iſteſſa veloci-

tà

tà di prima, e conseguentemente per far passare nell' istesso tempo dal corpo della tromba nel tubo ascendente l' istessa quantità d'acqua del volume FP, è necessario che l'acqua riceva una velocità tanto maggiore per rispetto di quella, che riceveva prima, quant'è il quadrato del diametro del corpo della tromba maggiore per rispetto del quadrato del diametro della luce CD; e conseguentemente è necessario che lo stantuffo spinga l'acqua con una forza, che sia tanto maggiore per rispetto di quella, colla quale la spigneva prima, quant'è il quadrato del diametro del corpo della tromba maggiore per rispetto di quello del diametro della luce CD.

COROLLARIO III.

217. Quindi è chiaro che nella tromba premente debbono essere i diametri della luce CD, e del tubo ascendente uguale a quello del corpo della tromba; altrimenti, se sono minori, con una determinata forza non esce dalla parte superiore in un dato tempo tant'acqua, quanto ne uscirebbe, se i detti diametri fossero uguali; e se si volesse fare uscire in un dato tempo l' istessa copia d' acqua, converrebbe accrescere la forza nella detta ragione.

AVVERTIMENTO II.

218. Si noti ancora che le animelle migliori non sono quelle, che si aprano da una banda, ma quelle, che si girano intorno a un asse, e che s' aprano con girare una porzione alquanto maggiore della metà verso la parte superiore, e la restante porzione verso la parte inferiore. Chi desidera sapere la costruzione di sì fatte animelle, può leggerla nell' Architettura idraulica di Mr. Belidoro al lib. 3, cap. 5.

PROBL. XIV.

219. *Insegnare in che modo s' innalza dell' acqua coll' ajuto d' una tromba composta.*

Soluzione.

Sia la tromba composta, che rappresenta la *fig.* 24, e FO sia l' altezza, per cui si può muovere lo stantuffo; avventendo di non far scendere lo stantuffo più basso, acciò non impedisca all' acqua, che deve passare dal corpo della tromba nel tubo ascendente, il libero passaggio. Fig. 24.

1. S' innalzi lo stantuffo per la prima volta da FG ad OP. Durante sì fatto moto dello stantuffo l' animella N resterà chiusa,

sa, e l' altra M s' aprirà; e con dilatarsi l'aria di dentro della tromba, l' acqua salirà fino a certa altezza nel tubo aspirante, secondo s' è già insegnato.

2. S' abbassi lo stantuffo da OP ad FG. Il di più d' aria entrata dal tubo aspirante nel corpo della tromba, durante tale discesa, uscirà dalla luce HI; e l' aria, giunto lo stantuffo ad FG, si ridurrà tra lo stantuffo, e le animelle di nuovo allo stato naturale.

3. Si prosegua l' istesso movimento nello stantuffo. S' anderà l' acqua a poco a poco innalzaldo nella tromba, e coll' andarsi innalzando giugnerà prima sull'animella M; poscia incomincierà ad uscirne alquanto coll' aria dalla luce N; indi dalla stessa luce uscirà interamente l' aria di dentro la tromba, e l' acqua occuperà tutt' il suo luogo; appresso in ogni salita dello stantuffo l'acqua lo seguirà fino ad OP, e in ogni discesa tant' acqua passerà nel tubo ascendente, quanta ne occupera lo spazio FP; e finalmente, empito che sarà interamente il tubo ascendente, in ogni discesa dello stantuffo tant' acqua uscirà dalla parte superiore del detto tubo, quanta ne conterrà l' istesso spazio FP, e per qualche canale si condurrà, dove il bisogno l' esigerà.

Ecco in che modo coll' ajuto d' una tromba composta s' innalza dell' acqua all' altezza, che si vuole, e si conduce, dove il bi-

bisogno l' esige. Ch' è ciò, che bisognava insegnare.

COROLLARIO.

220. E' chiaro che la potenza, empita la tromba interamente d'acqua, con innalzare lo stantuffo da FG ad OP, deve muovere sul principio il peso dello stantuffo, e 'l peso d'una colonna d' acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza uguale alla distanza di FG da XY, e nella fine l' istesso peso dello stantuffo, e 'l peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base pure dello stantuffo, e dell' altezza uguale alla distanza di OP da XY; e con abbassare lo stantuffo da OP ad FG, deve muovere sul principio il peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza uguale alla distanza di OP dall' estremo superiore del tubo ascendente, diminuito tale peso del peso dello stantuffo, e nella fine il peso d' una colonna d' acqua dell' istessa base dello stantuffo, e dell' altezza uguale alla distanza di FG dall' estremo superiore del tubo ascendente, diminuito pure del peso dello stantuffo. E perciò lo sforzo della potenza deve andar crescendo tanto nel mentre che innalza lo stantuffo, quanto nel mentre, che l' abbassa.

AVVERTIMENTO I.

221. Si noti che ciò, che s'è detto relativamente alle trombe aſpiranti, e prementi, ſi applica ancora alla tromba compoſta. E perciò una tromba compoſta ſarà ſenza difetti, ſe ſarà coſtrutta colle cautele, che conviene oſſervare nelle coſtruzioni delle trombe aſpiranti, e prementi, acciò non abbiano difetto alcuno.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 25. 222. Si noti pure che la tromba compoſta può eſſere anche della forma, che rappreſenta la *fig.* 25. In tale caſo però l'acqua ſale nel tubo aſpirante con abbaſſare lo ſtantuffo, e nel tubo aſcendente con innalzarlo.

AVVERTIMENTO III.

223. Si noti finalmente che, prima di procedere ad altro ſoggetto, ſta bene ſoggiugnere qui il modo di poter determinare la groſſezza da dare al metallo d'ogni tubo delle trombe, acciò ſieno tali tubi atti a ſoſtenere, ſenza fenderſi, gli sforzi delle preſſioni dell'acqua. Perciò ſia il ſeguente

LEM-

LEMMA.

224. *Sieno AC, KM due vasi cilindrici, fatti dell' istesso metallo, e pieni d' acqua. Dico che, se le grossezze BF, LQ de' metalli sono tra loro in ragione composta dalla ragione de' diametri FG, QR delle cavità de' cilindri, e dalla ragione delle altezze dell' acqua su i loro fondi, non crepandosi il vaso AC a cagione della pressione dell' acqua, che contiene, nè pure creperà il vaso KM a cagione della pressione dell' acqua, che racchiude.* Fig. 26.

DIMOSTRAZIONE.

S' intendano fatte ne' due vasi le sezioni DE, NO parallele, ugualmente distanti, e infinitamente vicine alle loro basi BC, LM. Essendo le pressioni delle acque contro le superficie cilindriche IG, PR in ragione composta dalla ragione delle superficie premute, o sia de' diametri FG, QR, e dalla ragione delle distanze de' centri di gravità delle medesime superficie dalle superficie supreme delle acque (§ 30), o sia delle altezze delle acque su i fondi BC, LM; ed essendo le forze, colle quali i metalli de' vasi resistono ad esser rotti nelle sezioni verticali qualunque EF, OQ, come le somme delle forze di coesioni, colle quali le parti della materia si tengono insieme

congiunte in EF , OQ , o come le sezioni EF, OQ , ovvero come le grossezze de' metalli BF , LQ . Dunque , se sarà BF : LQ in ragione composta dalla ragione de' diametri FG , QR , e dalla ragione delle altezze delle acque su i fondi BC , LM , saranno le forze , colle quali i metalli delle parti EC , OM resistono ad essere rotti nelle sezioni verticali qualunque EF , OQ , come le pressioni delle acque contro i medesimi metalli . E perciò, se la forza, con cui il metallo della parte EC resiste alla rottura in qualunque delle sue sezioni verticali EF , è maggiore della pressione dell' acqua contro il medesimo metallo , anche la forza , con cui il metallo della parte OM resiste alla rottura in qualunque delle sue sezioni verticali OQ , è maggiore della pressione dell' acqua contro l' istesso metallo . Ma quando le forze , colle quali i metalli delle parti EC , OM resistono alle rotture , sono maggiori delle pressioni delle acque contro i medesimi metalli , i vasi non possono crepare nelle parti EC , OM , e molto meno in parti più superiori , dove le pressioni delle acque sono minori . Dunque , se le grossezze BF , LQ de' metalli de' vasi cilindrici AC , KM sono tra loro in ragione composta dalla ragione de' diametri delle loro cavità , e dalla ragione delle altezze delle acque su i fondi ; non crepandosi il vaso AC a cagione della pressione dell'

dell' acqua, che contiene, nè pure creperà il vaso KM a cagione della pressione dell' acqua, che racchiude. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

225. Se il vaso cilindrico AC pieno d'acqua sostiene la pressione dell' acqua senza crepare in alcuna sua parte; aggiugnendo a sì fatto vaso un altro assai lungo, cilindrico, o d'altra figura, dell'istesso, o di diverso diametro, e aggiugnendolo in modo, che ambi facciano un vaso continuato; con andare successivamente accrescendo l'acqua in tale vaso, giugnerà ella finalmente a tale altezza, che la pressione contro la parte EC eccederà alquanto la forza, con cui il metallo di EC resiste alla rottura. In tale caso la parte EC creperà, e creperà in quella sezione EF, dove avrà debolezza maggiore, o per difetto della grossezza, o per altro difetto della materia. Se poi l'acqua nel vaso si farà venire ad altezza maggiore, tal che la pressione incominci dal punto X ad essere maggiore della forza, colla quale il metallo di XC resiste alla rottura; allora creperà il vaso in tutta la parte dell' altezza BX.

AVVERTIMENTO II.

226. Le isperienze hanno fatto conoscere che un vaso cilindrico, che ha il diametro della cavità d' un palmo, e contiene l' acqua all' altezza di pal. 60., sostiene la pressione senza crepare, se la grossezza del metallo è di mezz' oncia, qualora il vaso è di piombo, o di $\frac{1}{6}$ d' oncia, qualora il vaso è di rame, e che con grossezza minore crepa. Ciò posto, è facile ora a sciorre il seguente

PROBL. XV.

227. *Dato il diametro, che deve avere un tubo di piombo, o di rame, e data l' altezza, alla quale deve giugnere l' acqua, che dovrà premere sì fatto tubo da dentro in fuori; determinare la grossezza da dare al metallo di sì fatto tubo, acciò possa sostenere la pressione dell' acqua senza crepare.*

SOLUZIONE.

Si trovi in ordine al prodotto del diametro d' un palmo moltiplicato per l' altezza di pal. 60, al prodotto del diametro dato moltiplicato per la data altezza, e a una mezz' oncia, se il tubo deve essere di piombo, o a $\frac{1}{6}$ d' oncia, se deve essere di rame

rame, il quarto proporzionale; darà sì fatto quarto proporzionale la grossezza cercata.

ESEMPIO.

Si deve costruire una tromba aspirante di piombo, che innalzi l'acqua a 36 palmi, e che abbia il diametro della cavità del tubo aspirante di onc. 5; si cerca la grossezza del metallo del tubo aspirante. Si faccia come sta $1 \times 60 : \frac{5}{12} \times 36 = \frac{1}{2}$ al quarto proporzionale; il quarto proporzionale darà la grossezza cercata di $\frac{1}{8}$ d'oncia.

CAP. VIII.

Della teorica della Chiocciola d'Archimede per innalzare acqua.

DEFINIZIONE I.

228. Si chiama *Chiocciola d'Archimede* un tubo metallico, che serpeggia intorno a un cilindro retto con replicati giri, li quali dividono i lati del cilindro in porzioni tali, che quelle, che tramezzano fra ognuno

di essi, e 'l suo vicino, sono tutte tra loro uguali. La *fig.* 27 rappresenta una di sì fatte chiocciole.

DEFINIZIONE II.

229. Diciamo d' una chiocciola *primo giro* quella sua porzione, che tramezza tra il suo principio, e 'l punto, in cui ella per la prima volta torna ad incontrare il lato del cilindro, che procede pel medesimo suo principio. Similmente d' una chiocciola diciamo *giro secondo*, *terzo*, *quarto*, ec. quella sua porzione, che tramezza tra 'l fine del giro primo, secondo, terzo, ec., e 'l punto, in cui ella torna di nuovo ad incontrare il detto lato del cilindro.

AVVERTIMENTO.

230. Se s'intende divisa la superficie del cilindro, intorno a cui va disposta la chiocciola, secondo la direzione del lato, che procede pel principio della chiocchiola, e s' intende da curva ridotta a piana: siccome la superficie cilindrica ridotta a piana forma un rettangolo, la cui lunghezza uguaglia la periferia della base del cilindro, e la cui larghezza ugualia l' altezza dell' istesso cilindro; così la curva, su cui va diretto ciascun giro della chiocciola, forma una retta ipotenusa d' un triangolo rettango-

golo, che ha i cateti uguali, uno alla detta periferia, e l'altro alla porzione del lato del cilindro, che tramezza tra due giri vicini dell'istessa chiocciola.

COROLLARIO I.

231. Quindi tutt' i giri d'una chiocciola sono d'uguali lunghezze; e la lunghezza d'ognuno di essi si ha estraendo la radice quadrata dalla somma de' quadrati fatti sulle lunghezze della periferia della base del cilindro, e della porzione del lato, che tramezza tra due giri vicini.

COROLLARIO II.

232. In oltre la lunghezza d'una porzione qualunque d'un giro sta alla lunghezza dell'intero giro, come la lunghezza della porzione della periferia della base del cilindro, corrispondente alla porzione della chiocciola, alla lunghezza dell'intera periferia. E di più la porzione del lato del cilindro, che tramezza tra qualunque punto del primo giro, e la periferia della base del cilindro, sta alla porzione di lato, che tramezza tra ogni giro, e 'l suo vicino, come l'arco circolare, che tramezza tra 'l principio della chiocciola, e la prima delle dette porzioni di lati all'intera periferia.

DEFINIZIONE III.

233. Chiameremo *angolo della chiocciola* l'angolo acuto, che formerà la tangente della chiocciola in qualunque suo punto col lato del cilindro, che procederà pel medesimo punto, e *angolo d'inclinazione della chiocciola* l'angolo, con cui s' inclinerà l'asse, o qualunque lato del cilindro alla superficie suprema dell' acqua, che si dovrà colla chiocciola innalzare.

COROLLARIO.

234. Essendo l' angolo della chiocciola uguale sempre a quello, che formerebbe, qualora la superficie del cilindro del modo già detto si riducesse da curva a piana, ognuna delle ipotenuse, esprimenti le direzioni de' giri della chiocciola, col lato del rettangolo, esprimente l'altezza del cilindro; sarà la porzione del lato del cilindro, che tramezza tra due giri vicini della chiocciola, alla lunghezza della periferia della base del cilindro, come il seno massimo alla tangente dell' angolo della chiocciola; e sarà altresì la lunghezza della detta periferia alla detta porzione del lato del cilindro, come il seno dell' angolo della chiocciola al suo coseno.

TEOR.

TEOR. VIII.

235. *Sia intorno al cilindro ABCD avvolta una chiocciola, di cui MNOPQ sia il primo giro; e sia tale cilindro posto in sito inclinato per rispetto della superficie suprema dell' acqua, che si vole innalzare, e immerso in modo nell' acqua colla sua parte inferiore, che della base una porzione LCM sia nell' acqua, e la restante LBM sia fuori, tal che la retta LM sia la comune sezione della detta base, e della superficie suprema dell' acqua. Si faccia girare il cilindro nella detta situazione intorno al suo asse secondo l' ordine delle lettere B, L, C, M; entrerà dell' acqua nella chiocciola per la sua luce inferiore, intanto che tale luce girerà per LCM. Si supponga del primo giro della chiocciola empita d' acqua la porzione MNO, durante il moto della detta luce per LCM; e, tirata OE, porzione del lato del cilindro, che tramezza tra O, e la periferia della base, s' intenda nell' istessa base tirata EF perpendicolare ad LM. Dico che l' arco circolare MCE sta alla retta EF, come la tangente dell' angolo della chiocciola alla tangente del suo angolo d' inclinazione.* Fig. 28.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo OE perpendicolare alla base BLCM, sarà l' angolo OEF retto (§ 4 del

*del tom.*4.); e sarà, congiunta OF, il triangolo OEF perpendicolare all' istessa base BLCM (§ 67 *del tom.*4). Ma FM è perpendicolare ad FE, comune sezione della base BLCM, e del triangolo FEO. Dunque FM è perpendicolare al triangolo FEO, e conseguentemente perpendicolare ad FO (§ 4 *del tom.* 4). In oltre i punti O ed F sono nella superficie suprema dell' acqua. Dunque l' angolo EFO dà l' inclinazione della base BLCM alla suprema superficie dell' acqua, e conseguentemente il suo complimento al retto EOF dà l' inclinazione dell' asse del cilindro all' istessa superficie dell'acqua, o sia l'angolo d'inclinazione della chiocciola (§ 233). Per la qual cosa, essendo l'arco circolare MCE ad EO, come la periferia MCLB ad MQ (§ 232), o come la tangente dell'angolo della chiocciola al seno massimo (§234), ed essendo EO: EF, come il seno massimo alla tangente dell' angolo EOF, o sia dell' angolo d' inclinazione della chiocciola; sarà l' arco circolare MCE alla retta EF, come la tangente dell' angolo della chiocciola alla tangente del suo angolo d' inclinazione (§ 286 *del tom.* 2). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

CO-

COROLLARIO I.

236. Non potendo l'arco MCE essere mai minore della retta EF; nel girare il cilindro ABCD intorno al suo asse, non può una porzione del primo giro della chiocciola mai empiersi d'acqua, se l'angolo della chiocciola non è maggiore del suo angolo d'inclinazione.

COROLLARIO II.

237. Non potendo inoltre l'arco MCE divenire uguale alla retta EF, se MCE non diviene infinitamente picciolo. Dunque nel caso che l'angolo della chiocciola uguaglia quello della sua inclinazione, nel girare il cilindro ABCD intorno al suo asse, si riempie d'acqua una porzione del primo giro infinitamente picciola.

COROLLARIO III.

238. Non potendo di più l'arco MCE divenire uguale all'intero arco MCL, immerso nell'acqua, se EF non diventa nulla: è facile ad intendere, che, col girare il cilindro ABCD intorno al suo asse, non può del primo giro della chiocciola empiersi la porzione corrispondente a tutto l'arco circolare MCL, immerso nell'acqua, se l'angolo

golo d'inclinazione della chiocciola non diventa nullo.

COROLLARIO IV.

239. Per fare adunque che del primo giro della chiocciola si riempia d'acqua una porzione finita, intanto che la luce inferiore della chiocciola si muove per entro l'acqua, è necessario che sia l'angolo d'inclinazione della chiocciola minore dall'angolo dell'istessa chiocciola; e tanto più sarà maggiore la detta porzione, quanto più picciolo sarà il primo angolo per rispetto del secondo.

AVVERTIMENTO I.

240. Ciò, che s'è dimostrato, supposta la sola porzione LCM della base del cilindro immersa nell'acqua, ha luogo anche, se l'intera base viene immersa nell'acqua: però in tale caso la retta LM diventa tangente della medesima base in B.

AVVERTIMENTO II.

241. Se dopo d'aver girata la luce inferiore della chiocciola dentro l'acqua per LCM, si fa girare fuori dell'acqua per MBL; allora l'aria s'intromette nella chiocciola, e l'acqua entrata nell'istessa chioc-

chiocciola si fa più dentro pel proprio peso. Però, come giunta la luce della chiocciola in L, e venuto il primo giro nella situazione LEFG, si trovano in lei due punti H e X ugualmente distanti dalla suprema superficie dell'acqua della conserva, e tali, che l'istessa chiocciola, procedendo da L ad H, si va sempre allontanando dalla detta superficie dell'acqua, e da H ad X si va per certo intervallo sempre avvicinando alla medesima superficie, e indi di nuovo allontanando, e sempre maggiormente allontanando da X in poi: così l'acqua entrata nella chiocciola prende sito tra H e X. Onde, se la porzione HX è sufficiente a contenere la detta quantità d'acqua, resta allora dentro la chiocciola in una sua rivoluzione tutta l'acqua in lei entrata; se poi la porzione HX è minore, in tale caso resta dentro la chiocciola in una sua rivoluzione quella porzione d'acqua, che può contenere, e l'restante va ad uscirsene per la luce L.

Fig.29.

COROLLARIO V.

242. Essendo i punti H e X ugualmente distanti dalla suprema superficie dell'acqua della conserva: è facile ad intendere che per H e X può passarvi un piano orizzontale, e che HX è la porzione del primo giro compresa sotto a sì fatto piano.

E'

Fig.28. E' anche MNO la porzione del primo giro compresa sotto la suprema superficie dell' acqua della conserva, quando la luce inferiore della chiocciola è in M. Dunque di tali Fig.29. due porzioni, supposta essere IH la porzione del lato del cilindro, che tramezza tra'l punto H, e la periferia della base, la prima è maggiore della seconda, se BI è minore di BM, la prima è uguale alla seconda, se BI uguaglia BM, e finalmente la prima è minore della seconda, se BI è maggiore di BM.

COROLLARIO VI.

243. Per la qual cosa la chiocciola in una sua rivoluzione ritiene tutta l'acqua intromessa in lei, se BI è minore, o uguale a BM, e non già s'è maggiore.

AVVERTIMENTO III.

244. Si noti che l'arco circolare BI, che ci mena alla determinazione del detto punto H della chiocciola, è sempre determinabile, dati l'angolo della chiocciola, e l'angolo della sua inclinazione. Perciò soggiugniamo il seguente

P R O B L. XVI.

245. *Dato l'angolo della chiocciola, e dato*

to l'angolo d'inclinazione della medesima, determinare l'arco circolare BI, che limita il detto punto H, supposta la luce inferiore della chiocciola in L.

SOLUZIONE.

1. Si trovi in ordine alla tangente dell' angolo della chiocciola, alla tangente dell' angolo d'inclinazione della medesima, e al seno massimo il quarto proporzionale.

2. Si determini nelle tavole trigonometriche l'arco corrispondente al quarto proporzionale trovato, preso come seno.

Ciò, che s'aurà, sarà l'arco cercato BI.

DIMOSTRAZIONE.

S'intendano i punti S e K essere infinitamente vicini tra loro, e ugualmente distanti dal punto H. Si potranno senza errore sensibile prendere l'archetto SK per una lineetta retta, e i punti S e K per ugualmente distanti dalla superficie suprema dell' acqua della conserva. S'intendano in oltre per S, e K tirate ST, KO, porzioni de' lati del cilindro, che passano per S, e K. Finalmente, supposto essere BC il diametro del cerchio BLCM perpendicolare ad LM, s'intendano tirate pel punto T le rette TP, TR rispettivamente parallele ad SK, BC, pel punto O la ON parallela ad LM, e dall'

dall' istesso punto O al centro V la retta OV. Essendo TP parallela ad SK, i punti T e P si possono prendere pure senza sensibile errore per ugualmente distanti dalla superficie suprema dell' acqua della conserva. Sicchè, se dagli punti T, O, P s' intendono calate le perpendicolari alla detta superficie dell' acqua, sarà la differenza della prima, e seconda di tali perpendicolari uguale alla differenza della seconda e terza. Ma TQ sta alla prima di sì fatte differenze, come il seno massimo al seno dell' angolo d' inclinazione della base BLCM alla detta superficie dell' acqua; o del seno massimo al coseno dell' angolo d' inclinazione della chiocciola; e la seconda delle medesime differenze sta ad OP, come il seno dell' istesso angolo d' inclinazione al seno massimo. Dunque sarà TQ: OP, come il seno dell' angolo d' inclinazione della chiocciola al suo coseno, o come la tangente dell' istesso angolo al seno massimo (§. 24 *del tom.* 5.). E' in oltre la ragione di TQ: TO composta dalle ragioni di TQ: OP, e di OP: TO, o sia composta dalle ragioni della tangente dell' angolo d' inclinazione della chiocciola al seno massimo, e del seno massimo alla tangente dell' angolo della chiocciola. Sicchè la ragione di TQ: TO, o sia di NO: OV, ovvero del seno dell' arco BO, o BI al seno massimo è uguale alla ragione della tangente dell' angolo d' inclinazione della

chioc-

chiocciola alla tangente dell' angolo della chiocciola. E perciò, se in ordine alla tangente dell' angolo della chiocciola, alla tangente dell' angolo d' inclinazione della medesima, e al seno massimo si trova il quarto proporzionale, darà sì fatto quarto proporzionale il seno dell' arco cercato BI. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

246. Quindi, se la porzione LCM immersa nell' acqua si varia ad arbitrio, senza variare nè l' angolo della chiocciola, nè il suo angolo d' inclinazione, l' arco BI è sempre dell' istessa grandezza, e conseguentemente dell' istessa grandezza è sempre la porzione HX della chiocciola, che deve restare sott' il piano orizzontale, che procede pel punto, che in ogni caso rappresenta H. Onde la massima quantità d' acqua, che resta nella chiocciola in una sua rivoluzione, è tanta, quanta può contenerne la porzione HX.

COROLLARIO II.

247. Essendo della porzione HX della chiocciola, e dell' altra, che s' empie d' acqua nel girare la luce inferiore per LCM, la prima maggiore, uguale, o minore della seconda a proporzione che BI è minore,

uguale, o maggiore di BM, (§ 242): è facile ad intendere 1. che, se l'arco BI è minore di BM, la chiocciola in una rivoluzione riceve meno acqua di quanto può ritenerne; 2. che, se BI è uguale a BM, ne riceve allora tutta l'acqua, che può in una rivoluzione ritenere; 3. che, se BI è maggiore di BM, ne riceve in tale caso più di quanto ne può ritenere; 4. finalmente che l'istessa quantità d'acqua ritiene la chiocciola in una rivoluzione, se BI è uguale a BM, che se BI è maggiore di BM. E perciò si ritiene dalla chiocciola in una sua rivoluzione la massima quantità d'acqua, quando BI è uguale, o maggiore di BM.

AVVERTIMENTO I.

248. Ancorchè la chiocciola in una rivoluzione ritenga la massima quantità d'acqua, e quando BI è uguale a BM, e quando è maggiore: nondimeno conviene sempre fare BM=BI, acciò la porzione LCM immersa nell'acqua sia la minima possibile. Poichè quanto meno è la detta porzione, tanto meno è la resistenza, che l'acqua oppone al moto del cilindro. Anzi, se s'immerge nell'acqua interamente la base BLCM, in un giro intero del cilindro quant'acqua entra nella chiocciola, altrettanta ne esce; perchè non entrandovi aria nella chiocciola dalla parte inferiore, ritrovandosi ella sem-

pre

pre dentro dell' acqua, col di più d' acqua entrata, che non si può contenere in HX, quando la luce inferiore torna in B, è costretta tutta l' acqua dalla pressione dell' aria ad uscire dalla detta luce. S' ingannano adunque que' pratici, che immergono interamente la base BLCM; e se osservano restarvi acqua nella chiocciola in una rivoluzione del cilindro, ciò accade, perchè immergono la detta base a qualche profondità sotto la superficie dell' acqua; e in tal modo resta dentro della chiocciola in una rivoluzione quel poco d' acqua, che può contenere porzione della chiocciola, che rimane immersa nell' acqua, quando la detta luce è in B. Il che è in pregiudizio della potenza movente il cilindro, dell' altezza, alla quale si vuole colla chiocciola innalzare l' acqua, e della quantità dell' acqua, che in ogni rivoluzione del cilindro si può avere dentro la chiocciola.

COROLLARIO III.

249. Per fare dunque che si riempia d' acqua una porzione finita del primo giro della chiocciola in una rivoluzione, è necessario che sia l' angolo della chiocciola maggiore del suo angolo d' inclinazione; per far poi che ritenghi la chiocciola in una rivoluzione la massima quantità d' acqua, e la ritenghi col massimo vantaggio

della potenza, è necessario che sia l'arco BM=BI, ovvero l'arco LBM il doppio di BI. E perciò s'aurà l'arco BM con ritrovare il suo seno quarto proporzionale in ordine alla tangente dell'angolo della chiocciola, alla tangente del suo angolo d'inclinazione, e al seno massimo.

AVVERTIMENTO II.

250. Vitruvio dà al cilindro, intorno a cui serpeggia la chiocciola, per rispetto della superficie dell'acqua tale inclinazione, che sia il cateto adiacente a sì fatto angolo d'inclinazione all'altro cateto, come 4 : 3; e dà all'angolo della chiocciola la grandezza di 45°. Sicchè secondo Vitruvio l'angolo della chiocciola è di 45°, e 'l suo angolo d'inclinazione è di 36°. 52'. Or se si fa come sta la tangente di 45° alla tangente di 36°. 52', così il seno massimo al seno dell'arco BM; si ha l'arco BM di 48°. 35', e conseguentemente l'arco LBM di 97°. 10'. Sicchè per potere la chiocciola, costrutta, e disposta secondo Vitruvio, ritenere in una rivoluzione la massima quantità d'acqua, conviene che l'arco LBM della porzione della base, che deve essere fuori dell'acqua, sia di 97°. 10'.

AV-

AVVERTIMENTO III.

251. Si noti che l'angolo della chiocciola si può fare della grandezza, che si vuole. Però conviene regolarlo sempre colla lunghezza maggiore, o minore, che deve avere, secondo il bisogno, il cilindro, intorno a cui deve essere avvolta la chiocciola; poichè nella chiocciola un angolo maggiore esige maggior numero di giri, un angolo minore, un numero minore; e'l numero maggiore, o minore di giri fa che, entrata l'acqua in tutta la lunghezza della chiocciola, sia ella più, o meno pesante. Intanto, stabilito l'angolo della chiocciola, conveniente al bisogno, si deve stabilire per angolo della sua inclinazione un angolo anche conveniente al bisogno, purchè sia considerabilmente minore di quello della chiocciola. Stabiliti poi tali angoli, in conseguenza di essi si deve determinare del modo già detto l'arco della porzione della base, che deve restare fuori dell'acqua. Costrutta intanto la chiocciola, e disposta colla conveniente porzione della base del cilindro nell'acqua; siccome colla prima rivoluzione vi entra, e resta nel primo giro la massima quantità possibile di acqua, così colla seconda rivoluzione entra, e resta nel primo giro altrettanta quantità d'acqua, e quella, ch'era nel primo giro, passa nel giro

secondo, restandovi tra le acque de' due primi giri un'intervallo pieno d'aria. Similmente, continuando le rivoluzioni, in ognuna di esse entra nel primo giro altrettanta nuova acqua, e quella del secondo giro passa successivamente nel giro terzo, quarto, quinto, ec., e finalmente esce dalla luce superiore. Continuando allora ulteriormente le dette rivoluzioni, quant'acqua in ognuna di esse entra nel primo giro dalla luce inferiore, altrettanta ne esce dalla luce superiore, essendovi in tutt'i giri dell'acqua cogl'intervalli pieni d'aria. L'acqua intanto, che si versa dalla luce superiore, si fa cadere in un vaso, e da tale vaso si dirige, dove il bisogno l'esige. Ed ecco in che modo con una chiocciola s'innalza dell'acqua a una competente altezza.

AVVERTIMENTO IV.

252. Dovrei quì soggiugnere il modo di determinare la quantità d'acqua, che in ogni rivoluzione entra nella chiocciola dalla luce inferiore, o esce dalla chiocciola dalla luce superiore, quando l'acqua s'è già introdotta in tutt'i giri; ma dal ciò fare m'astengo, per non entrare in una calcolazione assai intricata, e da non poterne fare uso nella pratica. Possono intanto i pratici, situata già la chiocciola del modo conveniente già insegnato, misurare con un filo

la

la lunghezza della porzione del primo giro, che resta immersa nell' acqua, quando la luce inferiore, dopo d'essersi mossa per entro dell'acqua, giughe alla superficie della medesima; poichè moltiplicando la grandezza della detta luce per la detta lunghezza già misurata, si ha il volume dell' acqua, che entra nella chiocciola in ogni rivoluzione.

AVVERTIMENTO V.

253. Esposte già le teoriche e delle trombe, e della chiocciola, resta che si proceda alle macchine idrauliche. Però circa le macchine idrauliche, per non ingolfarci in un mare assai vasto, ci contenteremo di descriverne alcune solamente delle meno composte, colle quali s' innalzano le acque; e ciò servirà per mettere in istato la gioventù di sapere ne' casi più frequenti a quali mezzi conviene ricorrere, e di poter intendere tutte le altre, che si trovano descritte dagli autori, che trattano exprofesso di tali cose. Perciò sia il

CAP. IX.

Si descrivono alcune macchine idrauliche per innalzare le acque, e s' insegna in che modo si debbono mettere a calcolo i loro effetti.

PROBL. XVII.

254. *Descrivere la macchina, che rappresenta la fig. 30.*

DESCRIZIONE.

Fig. 30. 1. PQ è un asse verticale, inserito cogli suoi estremi in due sostegni immobili.

2. LM è un timone con un suo estremo inserito nell' asse PQ.

3. AB è una ruota orizzontale, in cui va inserito l' asse PQ, e ruota guarnita nella sua periferia di piccioli, ma robusti bastoncini verticali, posti ad uguali distanze tra loro.

4. RS è un altr' asse orizzontale, inserito pure co' suoi estremi in due sostegni immobili.

5.

5. CD, EF sono due ruote, nelle quali va immobilmente inserito l'asse RS, fatte in forma di timpani, e guarnite di robusti bastoncini, posti con uguali intervalli tra loro: però nella prima di sì fatte ruote i bastoncini hanno intervalli convenienti a ricevere gli altri della ruota AB, e ad essere successivamente spinti dagli medesimi, qualora la ruota AB gira, e nell'altra i bastoncini hanno tra loro intervalli maggiori.

6. GH è una corona di secchie, più o meno lunga, secondo il bisogno, e di secchie disposte tutte per una direzione, provvedute d'uno becco, come lo dimostra la *fig.* 31, e affisse a picciole traverse di legno, mantenute da due funi di giunchi, che girano lateralmente per la detta corona, una dalla parte destra, e l'altra dalla parte sinistra.

AVVERTIMENTO I.

255. La corona delle secchie deve essere tanto lunga, che giunga colla parte inferiore ad immergersi alquanto nell'acqua, che si deve innalzare, acciò possano due secchie almeno trovarsi sempre immerse nell'acqua: La potenza in sì fatta macchina, ch'è un cavallo, un'asino, o altro animale applicato all'estremo del timone LM, col girare l'istesso timone, fa girare la ruota AB, e que-

e questa fa girare la ruota CD, e con essa l'asse RS, e conseguentemente la ruota EF, e colla ruota EF fa girare anche la corona delle secchie. Girando intanto tale corona, le secchie vanno l'una dopo l'altra riempendosi d'acqua: e siccome le già piene, che procedono da una banda salendo, si trasferiscono successivamente alla parte superiore della ruota EF, e da tale parte si capovoltano, e rovesciano l'acqua in un vaso, posto a tale uopo dall'altra parte della medesima ruota, e da cui per qualche canale si conduce, dove il bisogno l'esige; così le già vuotate procedono dall'altra parte discendendo per riempiersi di nuovo. Talmente che nella detta corona, qualora gira, v'è sempre una serie di secchie piene ascendenti da una banda, e un'altra di secchie vuote discendenti dell'altra banda.

AVVERTIMENTO II.

256. Si noti che il peso, che la potenza muove nella descritta macchina, qualora ella è in movimento, è il solo peso dell'acqua, che si trova nella serie delle secchie ascendenti; giacchè il peso delle semplici secchie ascendenti è in equilibrio con quello delle descendenti. Dunque, per esservi equilibrio in sì fatta macchina tra la potenza, e 'l peso, ch'ella deve muovere, deve essere la potenza al peso dell'acqua da contenersi

nersi nella serie delle secchie ascendenti, come il prodotto de' raggi delle ruote AB, EF al prodotto del raggio della ruota CD, e della lunghezza del timone LM. E perciò quanto più saranno minori i raggi delle ruote AB, EF per rispetto del raggio di CD, e della lunghezza del timone LM, tanto più sarà in sì fatta macchina minore la potenza per rispetto del peso dell' acqua, che si può contenere nella serie delle secchie ascendenti.

COROLLARIO.

257. Quindi, se si mettono la potenza $= P$, il peso della detta quantità d' acqua $= Q$, la lunghezza del timone $= L$, e i raggi della ruota AB $= A$, della ruota CD $= B$, e della ruota EF $= C$; sarà nel caso dell' equilibrio $P : Q = A \times C : B \times L$, e conseguentemente $P \times B \times L = Q \times A \times C$. Sicchè delle sei grandezze P, Q, L, A, B, C, datene cinque, si può sempre determinare la sesta.

AVVERTIMENTO III.

258. E' da notare però che quanto più picciola si fa la ruota AB per rispetto di CD, tanto più lentamente gira la corona delle secchie, e meno quantità d'acqua in un dato tempo si versa nel suddetto vaso.

Del

Del resto per determinare l' effetto d' una di sì fatte macchine, è necessario esplorare il tempo dell' intera rivoluzione della suddetta corona, la quantità d' acqua, che innalza ciascuna secchia, e 'l numero di tutte le secchie. Così se saranno il detto tempo di 3', la quantità d' acqua, che innalza ciascuna secchia di mezzo pal. cubico, e 'l numero delle secchie 30, con sì fatta macchina si verseranno nel suddetto vaso in 3' pal. cub. d' acqua 15, e in un' ora pal. cub. 300.

PROBL. XVIII.

259. *Descrivere la macchina, che rappresenta la* fig. 32.

DESCRIZIONE.

Fig. 32. 1. AB è un tronco d' olmo, ridotto esternamente per l' ordinario in forma di parallelepipedo, e forato nel mezzo secondo la sua lunghezza con un foro cilindrico CD, alquanto con picciola inclinazione slargato per due, o tre once d' altezza nell' estremo inferiore. Un sì fatto pezzo si chiama la *Tromba* della macchina; e va egli, quando se ne fa uso, verticalmente situato. La lunghezza della Tromba è regolata dal bisogno: però il diametro della cavità cilindrica, se la lunghezza non eccede i pal. 10, è circa $\frac{1}{4}$ di palmo; ma se giughe a pal. 16, 18,

18, 20, 24, o più, si diminuisce allora in modo, che la cavità cilindrica sia in tutti i casi uguale sempre a quella, che ha il diametro della base di $\frac{3}{4}$ di pal., e l'altezza di pal. 10.

2. EF è una cassa di legno, aperta solamente nella parte superiore, e lateralmente forata con piccioli fori, atti a dare ingresso all'acqua, e non a pietre, a pezzi di legno, o altre cose simili. In sì fatta cassa va da un canto inserita la parte inferiore della Tromba, e inchiodata, senza far penetrare i chiodi nella sua cavità. Va altresì nella medesima cassa situato il *Molinello* GH della forma, che apparisce nella *fig.* 33, e situato in modo col suo asse conficcato in due opposte facce della medesima cassa, che, nel girare intorno al suo asse, l'asse della cavità cilindrica prolungato sia quasi tangente del suo giro di mezzo.

3. Nella parte superiore della tromba sono esternamente incastrate, e saldamente inchiodate due ali di legno in siti opposti, e corrispondenti, come si veggono nella *fig.* 34, e ali talmente curvate in dietro, e talmente alte, che la catena pendente dalla ruota, che deve andar situata col suo asse in cima di tali ali, deve da una parte essere nella direzione dell'asse della cavità cilindrica della tromba. Però nelle parti superiori di sì fatte ali vanno saldamente adattate, e inchiodate due *mognoniere* di bronzo,

det-

dette dagli nostri artefici di macchine idrauliche *fummoje*, affinchè l'asse della ruota possa avervi il suo conveniente luogo, e comodamente girarvisi, senza uscire di sesto.

4. G è la ruota, la quale costa del suo barile di legno, chiamato *Miolo* dagli nostri artefici, traversato da un asse massiccio di ferro, come si vede nella *fig.* 35, e da 6 forcine uguali anche di ferro, conficcate ad uguali distanze tra loro colle loro code nel detto barile, e nella direzione del suo giro di mezzo. Va sì fatta ruota col suo asse situato ne' suddetti mognoni. Di più ogni forcina ha due rebbi più larghi in cima, che verso la coda. E finalmente l'asse di ferro è piegato, e ripiegato ne' suoi estremi in modo da fare due manichi in direzioni contrarie, acciò possano quattro uomini, applicati due a un manico, e due all'altro comodamente girarlo.

5. IK è una catena di ferro a maglie bislunghe, acciò non si possano svoltare, e intrigarsi tra loro; e tale catena pende dalle forcine della ruota, e gira per sotto il suddetto molinello, e per dentro la cavità cilindrica della tromba. Sì fatta catena ha a distanze uguali tra loro, e uguali al doppio dell'intervallo d'una forcina dall' altra vicina de' pezzi, chiamati dagli nostri artefici di mare *Gotti*; e tale distanza tra' gotti è necessaria, acciò, prendendo una forcina sì, e l'altra nò la catena sotto ai gotti,

ti, non possa la medesima catena scorrere in dietro.

6. La *fig.* 36 rappresenta un gotto ligato alle prime maglie della catena. Ogni gotto è fatto a questo modo. KLM, NOP sono due piattini di ferro massicci, alquanto convessi da una parte, e piani dall' altra. La parte piana è un cerchio del diametro poco meno di quello della cavità cilindrica della tromba. QR è un cilindretto posto tra i due detti piattini, fatto con tre, o quattro suola, poste l' una sull' altra, e del diametro un tantino tantino maggiore di quello della suddetta cavità della tromba. ST è una spranga massiccia di ferro con certo risalto Z, Z; la quale spranga traversa pel mezzo il gotto per una apertura conveniente fatta e ne' piattini, e nelle suola. V è una chiavetta di ferro, la quale consiste in una lametta, rivoltata una metà sull' altra, che ha l' istessa grossezza da per tutto, ma la larghezza alquanto decrescente dal sito della piegatura verso l' altro estremo. Siffatta chiavetta s'introduce per l'estremo men largo nell' apertura rettangolare, che v' è nella spranga ST, e vi si batte con forza, acciò possano i piattini di ferro tenere tra loro ben stretto il cilindro di suola: anzi acciò non possa la chiavetta uscirne dalla detta apertura, le due parti della lametta si piegano per direzioni contrarie.

E'

E' neceſſario però, quando ſi fa uſo della macchina, di sì fatte chiavette tenerne più pronte pel biſogno.

7. X, e Y ſono le due maglie, colle quali il gotto s' uniſce alla catena; e tale unione è fatta in ognuna da un cilindretto di ferro con teſta ben groſſa in un eſtremo, il quale ſi fa paſſare per gli fori fatti a tale uopo negli eſtremi delle due gambe della maglia, e pel foro corriſpondente della ſpranga ST, e ſi ribatte a freddo nell'altro eſtremo su d' un taſſelletto applicatovi pure di ferro.

Fig.32. 8. Finalmente W è un canale di legno, adattato all' eſtremo ſuperiore della tromba, per poter dirigere l'acqua, dove ſi vuole.

AVVERTIMENTO I.

260. Della deſcritta macchina ſi fa uſo per innalzare acqua abbondante a mediocre altezza, e per evacuare d' acqua qualche luogo, che n'è occupato. Intanto, quando ſe ne deve far uſo, ſi deve prima in ſito conveniente calarla nell' acqua, finchè la caſſa appoggi ſul ſuolo ſottopoſto, e ivi accomodarla in modo, che la tromba abbia non ſolamente ſito verticale, ma anche ſufficiente porzione immerſa nell' acqua; e poſcia ſi deve coll' ajuto di travi, e tavole renderla maggiormente immobile, e dar ſito agli uomini da operarvi. Si noti che qual-

qualche volta occorre anche cavare un sufficiente fosso nel luogo, dove deve andar situata la detta cassa; e ciò si fa o per bisogno di far scendere più giù la macchina, affinchè la tromba abbia nell'acqua immersa la porzione conveniente, o per aver agio da potere colla macchina togliere da tale sito quasi tutta l'acqua, che l'occupa.

AVVERTIMENTO II.

261. Disposta già la macchina per farne uso, con girare la ruota, si gira anche la catena, e col girare della catena l'acqua, che si trova occupare la cavità cilindrica della porzione della tromba, che sta nell' acqua immersa, dal primo gotto, che s'introduce nell'istessa cavità, viene portata in alto; e come nuova acqua s'introduce nell' istessa parte della cavità cilindrica della tromba, così dal seguente gotto viene quest'altra anche portata su; e così successivamente. Sicchè, seguendo la ruota a girare, continuamente dalla parte superiore si versa acqua dalla tromba nel canale, e dalla parte inferiore sale dell'acqua portata su dagli gotti.

AVVERTIMENTO III.

262. Il peso, che la potenza muove nella descritta macchina, quand' ella è in

azione, è il peso dell' acqua, che occupa nella tromba la porzione non immersa, diminuito del peso d' una quantità d' acqua uguale in volume a quello della porzione della catena della lunghezza della medesima porzione non immersa della tromba; perchè di tanto l' acqua innalzata nella tromba rende la parte della catena, che passa per dentro la tromba, men pesante dell' altra. Ma il volume dell' acqua, che occupa nella tromba la porzione non immersa, è quello della cavità della medesima porzione, diminuito di tanto, quant' è il volume della porzione della catena, che si trova nella medesima porzione della tromba. Dunque il peso, che la potenza muove nella descritta macchina, quand' ella è in azione, è il peso d' un cilindro d' acqua dell' istessa base della cavità della tromba, e dell' altezza della porzione non immersa della tromba, diminuito del doppio del peso d' una quantità d' acqua uguale in volume alla porzione della catena della lunghezza dell' istessa porzione non immersa della tromba.

COROLLARIO.

263. Quindi se si mettono la potenza, che in tale macchina è la forza di 4 uomini, = P, il peso, che la potenza deve muovere, = R, la distanza della potenza dall' asse

asse, intorno a cui gira la ruota, = A, e la distanza dall'istesso asse della parte di qualunque delle suddette forcine, a cui s'adatta la catena, = B; s'avrà nel caso dell'equilibrio P : R = B : A. E perciò, non variandosi in sì fatta macchina le grandezze P, A, B, con fare la tromba ora più, e ora men lunga, non si può nè pure variare R, o sia il peso da muovere. Ecco perchè la cavità cilindrica della tromba conviene farla sempre uguale alla grandezza di quella, che ha il diametro della base di $\frac{1}{4}$ di pal., e l'altezza di pal. 10.

AVVERTIMENTO IV.

264. Si noti in oltre che nell'istessa macchina la forza de' 4 uomini deve non solamente muovere il detto peso, ma deve ben anche vincere e la resistenza, che deriva dallo stropicciamento dell'asse nelle sotto mognoniere, il che si calcola del modo già insegnato nel *tom.* 8, e la resistenza, che deriva dallo stropicciamento de' gotti colla superficie interna della tromba. Per diminuire intanto la seconda di cotali resistenze, giova di fare esattamente cilindrica la sola parte della cavità della tromba, ch'è verso l'estremo inferiore, della lunghezza poco più di tanto, quant'è l'intervallo, che hanno nella catena due gotti vicini, e'l restante un tantino più largo.

AVVERTIMENTO V.

265. Si noti finalmente che ancorchè quanto meno diſtante dall' aſſe ſi fanno le parti delle forcine , alle quali s' adatta la catena , tanto meno ſia lo ſforzo da farſi dagli uomini per innalzare l' acqua colla tromba: nondimeno con diminuire tale diſtanza, ſi viene a rendere il moto della catena più lento, e meno quantità d'acqua conſeguentemente ſi viene in un dato tempo a ſcaricare dalla tromba. Del reſto, per determinare l'effetto d' una di sì fatte macchine, conviene determinare il tempo dell' intera rivoluzione della catena, la lunghezza della medeſima catena , la baſe della cavità cilindrica della tromba , e 'l volume di tutta la catena. Poichè nel tempo dell' intera rivoluzione della catena dalla tromba ſi verſa un volume d' acqua uguale alla differenza del volume della catena , e del cilindro, che ha la baſe uguale a quella della cavità cilindrica della tromba , e l' altezza uguale alla lunghezza dell' iſteſſa catena . Così ſe il volume della catena è di pal. cubici 2 $\frac{1}{2}$ (il che ſi può determinare con mettere la catena in un vaſo cilindrico pieno d' acqua , e miſurare la parte di tale vaſo, che reſta vuota d' acqua , eſtrattane la catena), la lunghezza della medeſima catena è di pal.24, il tempo, in cui nella macchina compie la catena un'intero giro,

giro, è $\frac{1}{2}$ minuto primo, e'l diametro della cavità cilindrica della tromba è $\frac{3}{4}$ di pal.; sarà la base dell'istessa cavità cilindrica 0. 4417 di pal. quadrato. E perciò la quantità d'acqua, che sgorgherà dalla tromba in un mezzo minuto primo, sarà di pal. cub. 8. 1. Sicchè in un ora con tale macchina s'avranno 972 pal. cubici d'acqua.

PROBL. XIX.

266. *Descrivere la macchina, che rappresenta la fig. 37.*

DESCRIZIONE.

1. M, M, M, M sono i corpi di quattro trombe composte: però i tubi aspiranti, e ascendenti, per evitare la confusione, non si sono espressi nella figura. Fig. 37.

2. L, L, L, L sono le aste de' stantuffi, sospese nelle quattro braccia orizzontali dell'asse di ferro DEFGHJK, piegato del modo, che si vede nella figura, e inserito cogli suoi estremi in due robusti sostegni.

3. C è un timpano guernito di robusti bastoncini di legno, per far l'uffizio d'una ruota dentata.

4. B è una ruota orizzontale, in cui va inserito l'asse verticale OP, e guernita nella sua periferia di robusti bastoncini di legno, verticalmente posti, acciò possa,

 quan-

quando viene mossa, far girare il timpano C.

5. Finalmente A è un timone inserito con un estremo nell'asse OP.

AVVERTIMENTO I.

267. La potenza in sì fatta macchina, ch'è un cavallo, un asino, o altro animale applicato all'estremo del timone, con girare l'istesso timone, fa girare la ruota B, e con lei fa girare il timpano C, e conseguentemente l'asse DK; e col far girar l'asse DK, fa muovere su e giù i stantuffi delle trombe. Intanto in ogni rivoluzione dell'asse DK ciascuno de' stantuffi per una volta scende, e per una volta sale; però due scendono nella prima metà della rivoluzione, e salgono nell'altra metà, e gli altri due salgono nella prima metà dell'istessa rivoluzione, e scendono nell'altra metà.

COROLLARIO I.

268. Quindi, quando le trombe sono già piene d'acqua, il peso, che deve muovere la potenza, è costantemente, supposte tutte le trombe uguali, il doppio del peso del cilindro d'acqua, che ha la base uguale a quella d'uno de' stantuffi, e l'altezza uguale all'altezza, alla quale s'innalza l'acqua sulla superficie suprema di quella della conserva.

CO-

COROLLARIO II.

269. In oltre, mettendo la potenza applicata al timone $= P$, il peso, che deve tale potenza costantemente muovere, quando tutte le trombe sono già piene d'acqua, $= R$, la lunghezza del timone $= A$, il raggio di $B = B$, il raggio di $C = C$, e la lunghezza $EF = D$, s'avrà nel caso dell' equilibrio tra la detta potenza, e 'l detto peso $P : R = B \times D : A \times C$, e conseguentemente $P \times A \times C = R \times B \times D$. Sicchè delle sei grandezze P, R, A, B, C, D, datene cinque, si può sempre determinare la sesta.

AVVERTIMENTO II.

270. Se per riguardo della descritta macchina si vuole determinare la quantità d'acqua da scaricarsi dalle trombe, supposte tutte uguali, in un dato tempo; è necessario determinare il tempo, in cui la potenza gira una volta il timone, i diametri della ruota B, del timpano C, e d'uno stantuffo, e determinare altresì la lunghezza EF. Sieno determinati il tempo d'una rivoluzione del timone di 12", il diametro di B di 12 pal., il diametro di C di pal. 10, il diametro di ciascuno stantuffo di $\frac{1}{4}$ di pal., e la lunghezza EF di $\frac{1}{2}$ di pal.

Do-

Dovendo il timpano C, e conseguentemente l'asse DK fare 6 rivoluzioni nel mentre che la ruota B ne fa cinque, cioè durante 1'; ogni tromba in 1' scaricherà un cilindro d'acqua della base d'uno degli stantuffi, e dell'altezza di $\frac{2}{3}$ di pal., o sia un cilindro d'acqua di 0. 523 di pal. cubico. Onde le quattro trombe scaricheranno in 1 pal. cub. 2. 092 d'acqua, e in un ora pal. cub. d'acqua 125. 52.

AVVERTIMENTO III.

271. Se per riguardo dell'istessa macchina si vuole determinare il peso dell'acqua, che la potenza deve continuamente muovere, quando le trombe sono piene; si debbono allora misurare il diametro d'uno degli stantuffi, e l'altezza, alla quale l'aqua s'innalza sulla suprema superficie di quella della conserva. Così, se il diametro d'uno degli stantuffi è $\frac{1}{4}$ di pal., l'altezza, alla quale l'acqua s'innalza colle trombe, è di pal. 60; il peso, che la potenza continuamente deve muovere, sarà quello di pal. cub. d'acqua 94. 2, e conseguentemente, preso ogni pal. cub. d'acqua di rot. 20 $\frac{1}{2}$, sarà a un di presso di 19 cantaja, e 31 rot.

AVVERTIMENTO IV.

272. Se poi si vuole per riguardo della me-

medesima macchina conoscere la potenza atta ad equilibrare il peso dell' acqua, che deve muovere, quando le trombe sono piene; si debbono allora determinare la lunghezza del timone, i diametri di B, di C, e dello stantuffo, la lunghezza EF, e l' altezza, alla quale l' acqua s' innalza colle trombe. Così se sono la lunghezza del timone di pal. 12, il diametro di B di pal. 10, il diametro di C di pal. 8 $\frac{1}{3}$, la lunghezza EF di $\frac{1}{3}$ di pal., il diametro d' uno de' stantuffi di $\frac{1}{4}$ di pal., e l' altezza, alla quale le trombe innalzano l' acqua di pal. 60. Essendo il peso dell' acqua da muovere continuamente in tale caso di rot. 1931, ed essendo nel caso dell'equilibrio tra la potenza, e sì fatto peso, la potenza al peso, come il prodotto del raggio di B, e della lunghezza EF al prodotto del raggio di C, e della lunghezza del timone (§ 269), o come 1 : 30; sarà la cercata potenza la trentesima di rot. 1931, e conseguentemente circa rot. 64.

AVVERTIMENTO V.

273. Si noti però che la potenza in tale macchina non solo deve muovere il detto peso d' acqua, quando le trombe sono piene, ma ben anche deve vincere e la resistenza, che deriva dallo stropicciamento degli assi, e delle ruote, e la resistenza,

che

che deriva dallo ſtropicciamento degli ſtantuffi iſteſſi co' corpi delle trombe. E perciò ſe la potenza equilibrante deve eſſere per eſempio circa rot. 64, la movente deve eſſere aſſai maggiore. Non facciamo menzione de' peſi de' ſtantuffi, perchè tali peſi s'equilibrano tra loro nella deſcritta macchina.

AVVERTIMENTO VI.

274. Si noti di vantaggio che, ſe per riguardo della deſcritta macchina le grandezze note ſono la potenza equilibrante, la lunghezza del timone, i diametri della ruota B, e del timpano C, la lunghezza EF, e l'altezza, alla quale ſi deve colle trombe innalzare l'acqua, ſi può allora determinare il diametro, che deve avere ciaſcuno de' ſtantuffi a queſto modo. Si determini il peſo dell'acqua, che in sì fatta macchina può la nota potenza equilibrare. E perchè un sì fatto peſo deve eſſere il doppio del peſo d' un cilindro d'acqua della baſe d' uno degli ſtantuffi, e dell' altezza, alla quale ſi deve l'acqua innalzare colle trombe; dividendo tale peſo, eſpreſſo co' rotoli, per $20\frac{1}{2}$, peſo d' un pal. cub. d' acqua, ſi ha il volume del detto cilindro, eſpreſſo in pal. cub.. Or, ſe ſi divide il volume trovato pel doppio della detta altezza, alla quale ſi deve l' acqua innalzare colle trombe, il quoziente dà la baſe di ciaſcuno degli ſtantuffi;

tuffi; e così, determinata tale base, si ha coll' ajuto della Geometria il diametro da determinare degli stantuffi.

AVVERTIMENTO VII.

275. Non proseguiamo a descrivere altre macchine idrauliche, perchè la brevità prefissaci nol permette. Del resto co' lumi fin qui suggeriti può ognuno, che ha compreso quanto s' è insegnato, con facilità da se intendere e le diverse costruzioni, e gli usi diversi di tutte le altre macchine idrauliche, secondo i diversi bisogni inventate, o che sieno elleno mosse da uomini, o da bruti, o dall' acqua; può altresì non solamente calcolarne gli effetti, ma anche conoscerne i difetti, dove s' incontrano; e può finalmente, arricchita la mente d' idee di tale sorta, se viene ajutato da certo genio meccanico, acquistare l' utile talento d' inventare macchine convenientissime agli bisogni, e macchine, nelle quali non vi sieno nè forze perdute, o malamente applicate, nè stropicciamenti inutili, nè direzioni di potenze mal' intese.

Fine del Libro quarto.

Fig. 2

C

F

B

Fig. 4

F

E D

C

Fig. 10

O

A

D

E

F

G

V

C

N

Fig. 1
Fig. 14
A
B
C
D
E
F
Fig. 18
C
D
E
J
F
G
Fig. 20
C
B

Tav. III

L

5

P

C D B

R

31
G
E
F
D
H

Y
S
Fig. 36
V
K
M
Q
R
N
P
Z
Z
T
X

Tav. VI

E

K

F

L

M